UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN

Aprende Matemáticas Financieras

Introducción a los conceptos básicos

Francisco Alberto
PIÑA SALAZAR

Publicaciones Empresariales
UNAM • FCA
Publishing

Programa del libro de texto

Con ejemplos prácticos y ejercicios resueltos paso a paso

Aprende Matemáticas Financieras
Introducción a los conceptos básicos

Francisco Alberto Piña Salazar

Dr. Leonardo Lomelí Vanegas
Rector

Dra. Patricia Dolores Dávila Aranda
Secretaria General

Dr. Armando Tomé González
Director

Mtro. Alfonso Ayala Rico
Secretario General

Mtro. Gustavo Almaguer Pérez
Secretario de Divulgación y Fomento Editorial

Publicaciones Empresariales
UNAM•FCA
Publishing

Aprende Matemáticas Financieras
Introducción a los conceptos básicos

Primera edición: 2024
Fecha de la edición: 12 de noviembre de 2024

Facultad de Contaduría y Administración
Publicaciones Empresariales UNAM. FCA Publishing
Circuito Exterior s/n, Ciudad Universitaria
Alcaldía Coyoacán, C.P. 04510, México, CDMX.

ISBN: 978-607-30-9711-6

Esta obra fue evaluada por pares académicos.

Contenido

Agradecimientos y reconocimientos

Quiero expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a las personas e instituciones que, directa o indirectamente, hicieron posible la realización de este libro.

En primer lugar, reconozco y agradezco a Alfredo Díaz Mata †, Víctor Manuel Aguilera Gómez y José Luis Villalobos, de quienes tuve el honor de ser revisor técnico en algunas de sus publicaciones, ampliamente reconocidas por su importancia, contribución y por ser referencias obligadas para el estudio de las matemáticas financieras. La calidad de su trabajo y reconocida trayectoria han sido fuente de inspiración para esta obra.

En segundo lugar, agradezco al maestro Joaquín Rigalt y Orozco, por haber sido mi profesor de Matemáticas Financieras. De quien aprendí, no sólo los conocimientos que hoy comparto, sino también el gusto por la docencia. Su pasión y gusto por la enseñanza me marcaron para siempre.

En tercer lugar, a todos mis alumnos que siempre me han motivado a ser un mejor docente y de quienes recibí comentarios muy positivos y valiosos acerca de los materiales didácticos generados para dar clases a distancia, base para la publicación de este libro. Gracias por su confianza, interés y entusiasmo.

En cuarto lugar, a la Facultad de Contaduría y Administración de la UNAM por el apoyo otorgado para su publicación. Es un orgullo pertenecer a esta institución que fomenta la difusión del conocimiento.

Por último, pero no menos importante, a toda mi familia por su apoyo incondicional, a mi esposa y mis hijos por ser la mayor fuente de inspiración. Sin ustedes, nada de esto tendría sentido.

A todos ustedes, mi más sincero reconocimiento y gratitud.

Prólogo

"El dinero es un buen sirviente, pero un mal amo".
Francis Bacon

Las Matemáticas Financieras son una disciplina que, cuando se domina, se convierte en una poderosa herramienta para hacer que el dinero nos sirva, y no que nos gobierne.

El conocimiento nos empodera para tomar decisiones informadas y estratégicas, fundamentales para el éxito en la vida personal y profesional.

La médula de las Matemáticas Financieras se encierra en una simple pregunta: ¿El dinero de hoy, es diferente al dinero de mañana? Esta disciplina nos permite comprender cómo el valor del dinero cambia con el tiempo, así como a tomar decisiones financieras informadas.

Este libro brindará al lector las habilidades necesarias para comprender y aplicar los conceptos básicos de las Matemáticas Financieras, pues fue escrito por el doctor Francisco Alberto Piña Salazar, profesor de tiempo completo en la Facultad de Contaduría y Administración de la UNAM, quien tiene más de 25 años de experiencia.

Además, ofrece una introducción accesible y gradual para quienes no tienen experiencia previa en la materia, y a la vez sienta una base sólida para aquellos que desean profundizar en el mundo de las finanzas.

El doctor Piña Salazar es un referente en la didáctica de las matemáticas para las Ciencias Sociales por su habilidad para hacer comprensibles temas complejos, transformando la experiencia del aprendizaje matemático en algo ameno y accesible para todos.

El enfoque pedagógico del presente libro se basa en el modelo didáctico TAI (Teoría-Aplicación-Interpretación), desarrollado por él mismo. Esta metodología, aplicada en el libro, permite que cualquier persona, sin importar su nivel previo de conocimientos, pueda adquirir una comprensión profunda de las Matemáticas Financieras.

El libro está estructurado en 23 lecciones que progresan de lo más básico a lo más avanzado y que permiten al lector avanzar de manera gradual y a su propio ritmo. Cada lección está acompañada de materiales didácticos y actividades prácticas para facilitar la comprensión de los conceptos a través de ejemplos resueltos paso a paso.

Adicionalmente, el texto incorpora videos didácticos cortos que refuerzan el aprendizaje visual, lo que lo convierte en una herramienta integral, moderna e innovadora.

Otra de las innovaciones del autor es su sistema de codificación por colores que hace que el aprendizaje sea más accesible y organizado. Este enfoque visual ayuda a los lectores a identificar rápidamente las secciones más importantes y a reforzar su aprendizaje de manera efectiva.

Dr. Armando Tomé González
Director de la Facultad de Contaduría y Administración

Presentación

Estimado lector:

Primero, te agradezco enormemente haber adquirido el presente libro electrónico, titulado “Aprende Matemáticas Financieras: Introducción a los conceptos básicos con ejemplos prácticos y ejercicios resueltos paso a paso”, desde la plataforma oficial de la Facultad de Contaduría y Administración de la UNAM, y te doy la más cordial bienvenida.

Su objetivo es, justamente como su nombre lo dice, proporcionarte un material de apoyo que te introduzca a los fundamentos de las Matemáticas Financieras. Ni pretende ni promete convertirte en un experto financiero, más bien busca, y te garantiza, que al concluirlo obtendrás nociones muy claras y sólidas para entender y calcular el valor del dinero a través del tiempo, con un dominio de las herramientas básicas de las matemáticas financieras. Lo que te permitirá tener las bases necesarias para, si así lo deseas, adentrarte al mundo de las finanzas con cursos o libros más avanzados y especializados.

Podrás observar que está redactado de una forma simple, con un lenguaje claro y sencillo, sin tecnicismos matemáticos complicados que no puedas entender o que puedan generarte dudas. Se acompaña de ejemplos prácticos y ejercicios resueltos paso a paso con la intención de llevarte de la mano para que seas capaz de generar tu propio aprendizaje.

También notarás que el libro comienza desde un nivel de matemáticas cero, con simples sumas y restas, y, a medida que avanza, el nivel incrementa paulatinamente. Pero ni te espantes ni te preocupes, que es de forma tan gradual que no te darás cuenta.

En los materiales didácticos y actividades de aprendizaje que lo integran, podrás comprobar que he puesto toda mi dedicación y esfuerzo para transmitirte los conocimientos fundamentales de la forma más clara y sencilla posible para cumplir el objetivo propuesto.

El libro está diseñado para llevarte paso a paso, de forma gradual y a tu propio ritmo, a conocer y aprender las principales herramientas que las Matemáticas Financieras nos ofrecen para determinar "el valor del dinero a través del tiempo", y, así, analizar y evaluar posibles escenarios para fundamentar una adecuada toma de decisiones.

A continuación, te presento las secciones en que se encuentra estructurado el libro con la finalidad de que a partir de este plan de trabajo puedas organizar tus tiempos de lectura de los materiales didácticos y desarrollar las actividades de aprendizaje correspondientes que tendrás que realizar a lo largo de cada lección.

1. **Materiales Didácticos para construir tu aprendizaje.** Incluyen una explicación clara y concisa de cada tema y la aplicación de los conceptos teóricos en ejercicios prácticos de ejemplo, resueltos paso a paso. Es muy importante que leas cada material con atención y detenimiento, sin prisas; destina, aproximadamente, de 20 a 30 minutos para la lectura de cada lección y después resuelve los ejercicios de repaso contenidos en su actividad de aprendizaje correspondiente.
2. **Actividades de Aprendizaje.** Consisten en ejercicios de repaso de cada uno de los temas, estructurados para que puedas desarrollar las habilidades y destrezas necesarias, así como asimilar cada tema para dar solución a problemas hipotéticos en el ámbito financiero personal y empresarial, con la finalidad de que aterrices la teoría en la práctica y obtengas un aprendizaje significativo. Destina de 30 a 60 minutos para resolver cada actividad. Cada material didáctico tiene su respectiva actividad de aprendizaje.
3. **Ejercicios resueltos.** Después de resolver cada actividad de aprendizaje y con el objetivo de que puedas saber si resolvis-

te correctamente cada ejercicio, podrás comprobar tus resultados en el apartado de ejercicios resueltos. En caso de que hayas resuelto algún ejercicio incorrectamente, encontrarás no sólo la respuesta correcta, sino también el procedimiento de resolución paso a paso, lo que te permitirá identificar "en dónde estuvo el error" y obtener un aprendizaje al reconocer los "puntos críticos" donde debes poner mayor cuidado para no repetir dicho error.

4. **Autoevaluación.** Con el fin de que puedas evaluar el desarrollo de tu aprendizaje, te proporcionaré dos autoevaluaciones, tal y como si se tratara de exámenes parciales al tomar un curso. La primera estará disponible a la mitad del libro, es decir, después de las dos primeras unidades, y la segunda después de finalizar los temas 3 y 4.

El libro está estructurado para construir tu aprendizaje en tan sólo 23 sesiones o lecciones. Cada sesión/lección está diseñada cuidadosamente para desarrollar tu aprendizaje de forma secuencial, tal y como se muestra en la tabla siguiente:

Sesión / Lección	Material Didáctico / Actividad de Aprendizaje
1	1. Interés simple. 1.1 Introducción (Fórmula General del Monto). 1.2 Fórmula del Interés Simple.
2	1.3Fórmula del Monto del Interés Simple.
3	1.4Descuento comercial y real.
4	2. Interés compuesto. 2.1 Introducción al Interés Compuesto. 2.2 Monto y Capital.
5	2.3 Tasa de interés y tiempo.
6	2.4 Gráficos de tiempo.
7	2.5 Ecuaciones de valores equivalentes A.

8	Ecuaciones de valores equivalentes B.
9	Ecuaciones de valores equivalentes C.
10	2.6 Tasa nominal, tasa efectiva y tasas equivalentes.
11	**Autoevaluación** **(Interés Simple y Compuesto)**
12	3. Anualidades. 3.1 Conceptos básicos y tipos de anualidades. 3.2 Anualidades simples y ordinarias (ASO). A)Monto y Capital
13	B)Renta
14	3.3 Anualidades simples y anticipadas (ASA). A)Monto y Capital.
15	B)Renta.
16	3.4 Ejercicios de repaso.
17	3.5 El caso general de las anualidades.
18	4. Amortización. 4.1 Tablas de amortización.
19	4.2 Fondos de amortización.
20	**Autoevaluación** **(anualidades, tablas y fondos de amortización)**
21	5. Depreciación 5.1. El método de línea recta
22	5.2. El método de suma de dígitos
23	5.3 El método por unidad de producción o servicio

Finalmente, también podrás observar que, dentro de cada lección, existen diferentes apartados que podrás identificar de acuerdo con la clasificación de colores siguiente:

Color	Apartado
Azul	Conceptos básicos
Verde	Actividad de aprendizaje
Morado	Analiza lo siguiente
Naranja	Interpreta resultados

Nota importante:

Como podrás observar, este libro prácticamente te brinda la oportunidad de recibir un curso de educación a distancia. Esta modalidad requiere compromiso de tu parte para crear hábitos de estudio y de organización de tiempos para la revisión de materiales y la realización de actividades y poder generar tu aprendizaje de manera independiente.

Espero, sinceramente, que este libro sea una herramienta clave para la construcción de tu aprendizaje.

¡Bienvenido y mucho éxito!

Atentamente
Dr. Francisco Alberto Piña Salazar
Profesor de Tiempo Completo

Introducción

Este libro te presenta una entrada amigable a las Matemáticas Financieras, una disciplina que te permitirá comprender el valor del dinero en el tiempo y, con ello, tomar mejores decisiones financieras. Escrito en un lenguaje claro y sencillo, el autor te explica los principios fundamentales de esta materia, como el interés simple, el interés compuesto, las anualidades y la amortización.

Además, de ofrecerte conceptos claros, concisos y concretos, te brinda ejemplos prácticos y ejercicios resueltos paso a paso para que puedas poner en práctica los conocimientos adquiridos y verificar tu aprendizaje.

Este libro está dirigido a estudiantes, profesionistas y cualquier persona interesada en obtener las bases de las matemáticas financieras de una forma clara y sencilla. No se requiere conocimientos previos, ni de matemáticas ni de finanzas, sino que sólo se necesita, inicialmente, saber sumar, restar y tener voluntad y compromiso de aprender. Al finalizar el libro, te aseguro que obtendrás una visión general y sólida de las Matemáticas Financieras y podrás aplicarlas a tu vida personal y profesional.

Propósito general

Este material tiene como finalidad que el lector aprenda a utilizar las herramientas matemáticas básicas que permiten el cálculo y la comprensión del valor del dinero a través del tiempo.

Propósitos específicos

Al finalizar esta obra, el lector podrá:

1. Comprender los elementos que intervienen en el cálculo del interés simple y su relación con el valor del dinero en el tiempo.
2. Aprender cómo opera la capitalización de intereses y calcular los diferentes elementos que intervienen en el interés compuesto.
3. Familiarizarse con diferentes tipos de anualidades y determinar su valor presente y futuro.
4. Elaborar tablas y fondos de amortización y comprender su utilidad en operaciones de crédito e inversión.

Contenido Temático

1. Interés simple
    - 1.1 Introducción (Fórmula General del Monto)
    - 1.2 Fórmula del interés simple
    - 1.3 Fórmula del monto del interés simple
    - 1.4 Descuento comercial y real

2. Interés compuesto
    - 2.1 Introducción al interés compuesto
    - 2.2 Monto, capital, tasa de interés y tiempo
    - 2.3 Ecuaciones de valores equivalentes
    - 2.4 Tasa nominal, tasa efectiva y tasas equivalentes

3. Anualidades
    - 3.1 Conceptos básicos y tipos de anualidades
    - 3.2 Anualidades simples y ordinarias (ASO)
    - 3.3 Anualidades simples y anticipadas (ASA)
    - 3.4El caso general de las anualidades

4. Amortización
    - 4.1 Tablas de amortización
    - 4.2 Fondos de amortización

Unidad 1
Interés simple

Objetivos de aprendizaje:

Al finalizar esta unidad, el lector será capaz de:

- Identificar los elementos que intervienen en el cálculo del interés simple: capital, tasa, tiempo e interés.

- Aplicar las fórmulas del interés simple y del monto del interés simple para resolver problemas financieros.

- Diferenciar entre el descuento comercial y el descuento real para calcular el valor actual de un documento.

Lección 1

1.1 Introducción (Fórmula General del Monto)

Un procedimiento común y habitual que se realiza en las operaciones financieras es la práctica de cobrar un rendimiento o interés por el uso del dinero prestado. De esta forma, cuando nosotros obtenemos un préstamo quedamos obligados no sólo a pagar o devolver la cantidad que nos han prestado, sino también adquirimos el compromiso de pagar un beneficio o interés a la persona o institución que nos prestó el dinero.

Por esta razón, se dice coloquialmente que el dinero genera dinero, pues éste genera valores que se acumulan con el tiempo. De esta forma, una persona que tiene dinero se encuentra en la posibilidad de ponerlo a trabajar (ya sea prestándolo o invirtiéndolo) para generar más dinero y acumular valor.

El tema central de las finanzas es justamente el estudio y análisis de las razones que originan que el dinero se acumule a lo largo del tiempo. De esta forma diremos que:

Las matemáticas financieras son el conjunto de herramientas que nos permiten determinar **"el valor del dinero a través del tiempo"**.

Son, pues, el conjunto de modelos matemáticos aplicados para el análisis y solución de problemas situados en el ámbito financiero.

Mientras que:

El Interés es el precio que aceptamos pagar
por el uso del dinero ajeno.
En otras palabras, es el costo por utilizar el dinero de otra persona.

De esta forma, el interés es el costo que pagamos por un préstamo; es decir, es el precio que aceptamos pagar por el uso del dinero obtenido a través de un crédito o financiamiento. Pero tambien, el interés, puede ser el beneficio o utilidad que cobramos por invertir nuestro dinero.

De esta forma, estamos listos para ver la primera fórmula de nuestro curso.

1. Fórmula General del Monto:

$$M=C+I$$

Dónde:

M= Monto
C= Capital
I= Interés

Definamos los elementos que la integran:

- **Monto** es la cantidad que **liquida** la operación financiera.
- **Capital** es la cantidad que da **origen** a la operación financiera.
- **Interés** es el precio por el uso del dinero, en este caso por el uso del capital.

Para que estos elementos nos queden más claros, ilustrémoslos con un ejemplo.

Ejemplo:

Si una empresa obtiene un préstamo por 50,000.00 pesos y acuerda pagar al término de un año 5,000.00 pesos de intereses, el monto que liquida esta operación financiera es de 55,000.00 pesos.

Donde:

Los $50,000 son la cantidad que obtenemos en préstamo; es decir, es la *cantidad que da origen a la operación financiera*. Por lo tanto, son nuestro capital: C= 50,000.

Los $5,000 son los intereses que acordamos pagar al término de 1 año; es decir, *el precio que aceptamos pagar por el uso del capital*. I= 5,000

El monto que *liquida esta operación financiera* es de \$55,000, que se integra por los \$50,000 que nos prestaron + los \$5,000 de intereses. M= 55,000.

M=C+I

55,000 = 50,000 + 5,000

Ejercicios:

1. Si una persona obtiene un préstamo, acuerda pagar un interés anual de \$3,000 y al término del año paga \$17,500 para liquidarlo, ¿de cuánto fue el préstamo que obtuvo?

Respuesta: C=14,500

En este ejemplo, sabemos el interés y el monto, pero debemos encontrar el capital.

2. Una persona obtuvo un préstamo por \$125,000, y paga al final de la operación \$148,500. ¿Cuánto pagó de intereses?

Respuesta: I=\$23,500

Aquí conocemos el capital y el monto, y debemos encontrar el interés.

La Fórmula General del Monto es nuestra primera fórmula del curso y es la más sencilla, pero también es la más importante, porque, así de sencilla como se ve, es la base sobre la que descansan todas las finanzas.

Así que no subestimes esta simple fórmula, porque es la base de nuestro curso. Como podrás observar más adelante, esta fórmula sufrirá transformaciones, pues agregaremos nuevos elementos y otros conceptos, pero la base será la misma:

M=C+I

Todo Monto está integrado por un Capital más un Interés

Ahora, resuelve la Actividad de Aprendizaje 1.1

Actividad de Aprendizaje 1.1
Selecciona correctamente el concepto que se define:

1. Es el conjunto de herramientas que nos permiten determinar el valor del dinero a través del tiempo.
    a) Monto y capital
    b) Capital e interés
    c) Matemáticas Financieras
    d) Intereses

2. Se define como la cantidad que da origen a la operación financiera.
    a) Monto
    b) Capital
    c) Capital e interés
    d) Interés

3. Se define como la cantidad que liquida una operación financiera.
    a) Monto
    b) Capital e interés
    c) Interés
    d) Capital

4. Se define como el precio por el uso del dinero.
    a) Monto
    b) Capital e interés
    c) Capital
    d) Interés

5. Todo Monto está compuesto por:
    a) Monto e interés
    b) Intereses
    c) Capital e Interés
    d) Capitales

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 1.1

1.2 Fórmula del Interés Simple

El interés simple es la primera forma que vamos a ver para calcular el interés, sobra decir que es la más sencilla o simple, por ello su nombre. Su principal característica es que los intereses se calculan sobre el capital original. La fórmula para calcular el interés simple es nuestra fórmula número 2 del curso, y como podrás observar tiene nuevos elementos.

1. Fórmula del Interés Simple:

$$I = C(ti)^{*}$$

Donde:
    I= Interés Simple
    C= Capital
    t= Tiempo*
    i= Tasa de Interés*

* **Nota:** Para que esta fórmula pueda ser utilizada, *el tiempo y la tasa de interés deben estar expresados en los mismos términos*:

- Si el tiempo está expresado en años, entonces la tasa que ocupemos tiene que ser una tasa anual.
- Si el tiempo está expresado en meses, entonces la tasa que ocupemos debe ser una tasa mensual.

- Si el tiempo está expresado en días, entonces la tasa que ocupamos es la tasa diaria, etcétera.

Antes de resolver nuestro primer ejemplo, es importante que establezcamos una metodología de resolución de ejercicios.

Metodología de resolución

En este momento, que estamos arrancamos, el grado de dificultad de los ejercicios es muy sencillo y quizá pueda parecer ocioso implementar una metodología de resolución para ejercicios tan simples. Sin embargo, resulta benéfico que desde el inicio del curso te acostumbres a utilizar una metodología de resolución, de esta forma cuando lleguemos a ejercicios más elaborados te será más fácil resolverlos, además de que, al seguir una metodología, se reduce considerablemente la posibilidad de cometer errores.

La metodología propuesta es muy sencilla, pues consiste en abrir dos columnas debajo de nuestro ejercicio. En la primera columna, vamos a identificar los datos que el ejercicio nos proporciona, mientras que en la segunda resolveremos el ejercicio con la fórmula apropiada y sustituyendo en ella los datos que hemos identificado.

1. Identificación de datos	2. Resolución del problema
• Datos que el ejercicio nos proporciona, incluyendo lo que se nos pide determinar (incógnita).	• Fórmula para calcular la incógnita. • Sustitución de datos en la fórmula. • Resolución.

Ejemplo:

Calcula el interés que se deberá pagar por un préstamo de 150,000.00 pesos a una tasa de interés de 18% anual y un plazo de tres años.

Análisis para identificar los datos:

El ejercicio nos pide calcular el interés; por la tanto, ésta es la incógnita que identificamos con: I.

Nos prestaron $150,000 pesos; por lo tanto, ésta es la cantidad que da origen a la operación financiera que llamamos Capital e identificamos con: C.

La tasa de interés es de 18% anual, para quitar el signo de % dividimos el 18 ÷ 100 y obtenemos 0.18 que identificamos con: i.

Y el plazo es de 3 años que identificamos con: t.

Por lo tanto, la primera columna queda de la forma siguiente:

Identificación de datos	Resolución del problema
I= ¿? C= 150,000 t= 3 años i= 18% anual = 0.18	

Hasta el momento hemos visto 2 fórmulas, pero como nuestra incógnita es el interés, ocuparemos la fórmula 2:

$$\mathbf{I=C\ (\ t}\ i\ \mathbf{)}$$

Recordemos que para poder utilizar esta fórmula se tiene que cumplir la condición de que el tiempo y la tasa de interés estén expresados en los mismos términos.

Si observamos la columna de los datos, podemos verificar que la condición se cumple, pues tanto el tiempo como la tasa de interés están expresados de forma anual. Por lo que podemos continuar sin ningún problema.

Anotamos la fórmula en la segunda columna y sustituimos en ella los datos que identificamos.

Identificación de datos	Resolución del problema
I= ¿?	**I=C (t *i*)**
C= 150,000	I = 150,000 [(3) (.18)]
t= 3 años	I = 150,000 [0.54]
i= 18% anual = 0.18	I = 81,000

Por lo tanto, el interés que pagaremos en esta operación será de $81,000 pesos.

¿No te quedo del todo claro? ¿Prefieres un video?
https://youtu.be/JtVWCcrPfg8

Interpreta el resultado:

¿Cuánto obtuvimos en préstamo?
¿Cuánto pagaremos sólo de intereses?
¿Te parece que es un interés alto o bajo?
¿La tasa de interés es alta o baja?
¿Por qué si la tasa no es alta, el interés sí lo es?

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 1.2.

Actividad de Aprendizaje 1.2

Resuelve los siguientes ejercicios mediante la fórmula del interés simple:

1. Una persona consigue un préstamo por 30,000.00 pesos a un plazo de dos años y una tasa de interés de 3% bimestral. ¿Cuánto pagará de intereses al término de los dos años?

Observa que, en este ejercicio, el tiempo y la tasa de interés no están expresados en los mismos términos. Por lo tanto, vamos a tener dos opciones para resolver el ejercicio:

1. Convertir la tasa bimestral en una tasa anual.
2. Convertir el tiempo expresado en años a bimestres.

Nota: Si tienes dudas de cómo realizar las conversiones, te sugiero consultar el *Anexo 1: Regla de 3 y criterios de redondeo*.

3. Una persona paga $7,770.00 pesos por concepto de intereses de un préstamo a tres años con una tasa del 7% anual. ¿Cuál fue la cantidad por la que se realizó el préstamo?
4. Una persona paga 13,440.00 pesos por concepto de intereses por un préstamo de 42,000.00 pesos a un plazo de cuatro años, ¿Cuál es la tasa de interés anual a la que se fijó el préstamo?
5. Una empresa paga $151,200.00 pesos por concepto de intereses por un préstamo de $240,000.00 pesos a una tasa de 9% anual. ¿A qué plazo se fijó el préstamo?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 1.2

Lección 2

1.3 Fórmula del Monto del Interés Simple

Hasta el momento, hemos visto dos fórmulas: fórmula general del Monto y la fórmula para calcular el Interés Simple. Si formamos un sistema de ecuaciones con estas dos primeras fórmulas, obtenemos lo siguiente:

1. **M=C+I**
2. **I=C(ti)**

Observa con atención:

La fórmula número 1 nos dice que todo Monto está integrado por un Capital más un Interés, mientras que la fórmula número 2 nos dice cómo calcular el Interés; por lo tanto, podemos sustituir la ecuación 2 dentro de la ecuación 1 para obtener la ecuación número 3:

1. M=C+I
2. I=C(ti)

Sustituyendo I por C(ti) en la fórmula 1 obtenemos que:

3. M=C+C(ti)

Si factorizamos, podemos expresar la fórmula número 3 de la forma siguiente:

$$M = C(1+ti)$$

Y ésta es nuestra fórmula número 3 del curso, que utilizaremos para calcular el Monto del Interés Simple.

Donde:

M= Monto
C= Capital
t= Tiempo*
i= Tasa de Interés*

***Nota Importante:** La fórmula número 3 surgió de combinar la fórmula 1 con la fórmula 2. Si recuerdas la fórmula 2, tiene una condición: El tiempo y la tasa de interés deben estar expresados en los mismos términos.

Por lo tanto, la fórmula número 3 hereda la condición de que el tiempo y la tasa de interés deben estar expresados en los mismos términos.

Ejemplo:

Calcula el monto a pagar por un préstamo de $275,000.00 pesos a un plazo de dos años y medio y una tasa de interés de 4% bimestral de interés simple.

Identificar datos	Resolución del problema con años
M= ¿? C= 275,000 t= 2.5 años o 15 bimestres i= 4% bimestral (.04)	**M=C(1+ti)** M= 275,000 [1 + (15) (.04)] M= 275,000 [1 + 0.6] M= 275,000 [1.6] M= 440,000

O bien

Identificar datos	Resolución del problema con bimestres
M= ¿? C= 275,000 t= 2.5 años i= 4% bimestral o 24% anual (.24)	**M=C(1+ti)** M= 275,000 [1 + (2.5) (.24)] M= 275,000 [1 + 0.6] M= 275,000 [1.6] M= 440,000

¿No te quedo del todo claro? ¿Prefieres un video?
https://youtu.be/XltNR1RMlRs

Interpreta el resultado:

¿Cuánto obtuvimos en préstamo?
¿Cuánto tendremos que pagar para liquidar la operación?
¿Cuánto pagaremos solo de intereses?
¿Te parece que es un interés alto o bajo?
¿La tasa de interés es alta o baja?

Observa lo que hace la fórmula:

Independientemente de que hayas resuelto el ejercicio con años o con bimestres:

Ubiquémonos en este paso

M= 275,000 [**1** + **0.6**]
M= 275,000 [1.6]
M= 440,000

Si nosotros multiplicamos 275,000 x **1** obtenemos 275,000, que es el Capital; por lo tanto, el 1 está representando al Capital.

Si nosotros multiplicamos 275,000 x **0.6** obtenemos 165,000, que son los intereses; por lo tanto, el **0.6** está representando al Interés.

Si sumamos los 275,000 + 165,000 nos da los 440,000 que representan al Monto.

En otras palabras: Capital + Interés = Monto (Fórmula General del Monto)

Por lo tanto, esta operación se liquida con un Monto de 440,000 pesos, que incluye los 275,000 pesos que nos prestaron(Capital) más 165,000 pesos de Intereses (todo Monto está compuesto por Capital + Intereses).

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 1.3

Actividad de Aprendizaje 1.3

Resuelve los siguientes ejercicios de interés simple:

1. ¿Cuál es el monto que se deberá pagar por un préstamo de $15,000 pesos a un plazo de ocho meses con una tasa de interés de 3.20% mensual?
2. Un comerciante adquiere un lote de mercancía con un valor de $3,500 pesos, que acuerda liquidar con un pago inmediato por $1,500.00 pesos y un pago final dentro de cuatro meses a una tasa de interés de 60% anual. ¿Cuál será el monto que deberá de pagar al final de la operación financiera?
3. Una persona obtiene un préstamo por 50,000.00 pesos y acep-

ta liquidarlo año y medio después, acuerda que mientras exista el adeudo pagará un interés simple mensual del 3.5% sobre la deuda original, ¿Qué cantidad deberá pagar de interés cada mes?

4. Se obtiene un crédito por $180,000 pesos a un plazo de 160 días con una tasa de interés de 30% anual simple. ¿Qué cantidad deberá pagarse al finalizar el plazo?

Para resolver este ejercicio es importante que conozcas que el año financiero está integrado por 360 días.

5. ¿Qué cantidad de dinero recibirá una persona si invierte $50,000 pesos a tres meses a una tasa de 2.20% mensual de interés simple?
6. Supongamos que deseas adquirir un auto dentro de 2 años. El enganche que tendrías que pagar para ese momento sería de $60,000 pesos. Si deseas tener esa cantidad dentro de dos años, ¿qué cantidad debes invertir el día de hoy en una cuenta que paga 3% de interés simple mensual?
7. Un mes después de haber obtenido un préstamo, una persona paga $850 pesos para liquidarlo. ¿Qué cantidad obtuvo en préstamo si la tasa de interés era de 40% anual simple?
8. ¿Cuánto debe pagar una persona por concepto de intereses si adquiere una deuda de $22,000 pesos, y la liquida seis meses después a una tasa de 26% anual simple?
9. Una persona compra un reproductor multimedia 4K que tiene un precio de contado de 1,500.00 pesos. Lo adquiere a crédito dando un enganche de 800.00 pesos y acordando pagar otros 800.00 dentro de 3 meses ¿Cuánto pagó de intereses y qué tasa de interés simple anual le cobraron?
10. ¿A qué tasa de interés simple anual $2,500 pesos acumulan intereses por $500,00 pesos en un plazo de seis meses?
11. ¿En cuánto tiempo $2,000 pesos se convierten en $2,500 pesos a una tasa de 54% anual simple?

12. Si una persona deposita el día de hoy $50,000 pesos en un plazo fijo mensual que paga una tasa de interés de 2.20% mensual, y no retira su depósito y reinvierte sus intereses, ¿qué cantidad tendrá en la cuenta al termino de tres meses, si la tasa de interés no varía?

Antes de resolver el ejercicio, es importante que sepas cómo funciona un plazo fijo. Como su nombre lo dice, es un tipo de inversión en la que nos comprometemos a dejar nuestro dinero por un tiempo determinado. Los plazos fijos más usados son: 7, 14, 28, 30, 60 y 90 días (existen más).

Los plazos fijos funcionan con una instrucción llamada "reinversión de capital e intereses" que entra en función si no retiramos nuestro dinero al término del plazo fijo; es decir, si contratamos un plazo fijo mensual y al término del mes no retiramos nuestro dinero, en automático se reinvierte el capital y los intereses por otro periodo igual, y así sucesivamente hasta que retiremos nuestro dinero.

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 1.3

Interpreta el resultado:

Después de resolver el ejercicio 12 compáralo con el ejercicio 5:
¿Qué observas en ambos ejercicios?
¿Cuál fue el resultado en el ejercicio 5?
¿Cuál fue el resultado en el ejercicio 12?
¿De qué importe es la diferencia entre ambos resultados?
¿Qué representa esta diferencia?

Lección 3

1.4 Descuento comercial y real

La operación de descuento consiste, principalmente, en la forma en la que las instituciones financieras compran títulos de crédito. Consiste en restar o descontar del valor nominal del título adquirido una cantidad proporcional a los intereses que se generarían entre la fecha de la compra y la fecha de vencimiento. De esta manera, se obtiene el valor anticipado del título de crédito.

El descuento está muy relacionado con el factoraje financiero, que es la transacción de compra-venta de cuentas por cobrar. Es un recurso que las empresas utilizan para obtener liquidez al vender sus cuentas por cobrar a terceros.

Existen dos formas de calcular el descuento:

- Descuento comercial
- Descuento real

Veamos estas dos formas con un ejemplo.

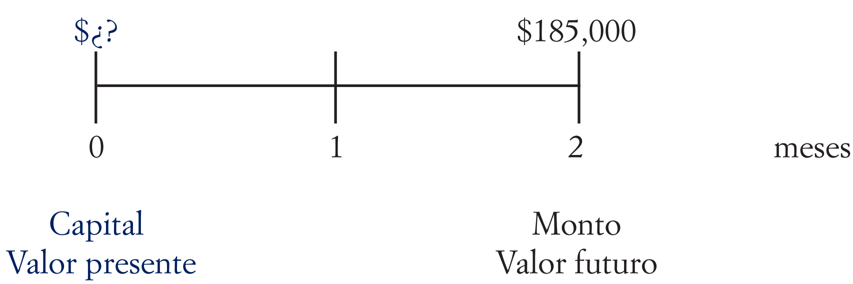
Supongamos que tenemos un título de crédito por un valor de 185,000 pesos y fecha de vencimiento dentro de dos meses. Como lo queremos cobrar el día de hoy, lo vendemos a una institución de factoraje, para lo que cedemos los derechos para que ella lo cobre en el plazo estipulado.

Si la institución realiza operaciones de descuento a 20% anual simple, ¿qué cantidad nos darán por nuestro documento?

- Descuento Comercial: se determina al calcular el interés simple sobre el valor nominal del documento y restando dicha cantidad al valor del documento.

Identificar datos	Resolución del problema
I = ¿? C= 185,000 t= 2 meses i= 20% anual / 12 = 1.66666 % mensual (0.01666666)	**I=C (t i)** I= 185,000 [(2) (0.0166666) I= 185,000 [0.0333333] I= 6,166.67 Descuento Comercial = 185,000 – 6,166.67 D.C. = 178,833.33 Este es el valor que la institución financiera nos dará por nuestro documento el día de hoy. Dentro de dos meses la institución financiera cobrará $185,000 pesos y obtendrá 6,166.67 pesos de ganancia.

- Descuento Real: como su nombre lo indica, calcula el verdadero valor del documento a partir de la base de que el documento expresa un valor futuro (monto) por lo que, al buscar su valor actual, en realidad buscamos un capital.



Identificar datos	Resolución del problema
M= 185,000 t= 2 meses i= 20% anual / 12 = 1.666666% mensual (0.01666666) C= ¿?	**M = C (1 + t i)** 185,000 = C [1 + (2) (0.01666666)] 185,000 = C [1 + 0333333] 185,000 = C [1.0333333] C= 179,032.26 Éste es el valor real del documento, porque es su valor actual (capital).

En la práctica, se utiliza el descuento comercial por ser el que representa un mayor beneficio económico para las instituciones financieras.

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 1.4

Actividad de Aprendizaje 1.4
Resuelve los siguientes ejercicios de descuento:

1. Se tiene un documento con valor nominal de 20,000 pesos y fecha de vencimiento dentro de seis meses, si la tasa de descuento es de 12% anual simple, determina el valor del documento.
   a) Utilizando descuento comercial
   b) Utilizando descuento real

2. Se tiene un documento con valor nominal de 61,800.00 pesos, exigible dentro de tres meses, si la tasa de descuento es del 12% anual simple. Determina el valor del documento
   a) Utilizando Descuento Comercial
   b) Utilizando Descuento Real

3. Se tiene un documento con valor nominal de 95,000 pesos y fecha de vencimiento dentro de siete meses. Si la tasa de descuento es de 18% anual simple, determina el valor del documento.
   a) Utilizando descuento comercial
   b) Utilizando descuento real

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 1.4

Interpreta el resultado:

¿En qué tipo de descuento nos otorgan más dinero por los documentos?
Si tu fueras la institución financiera, ¿qué forma utilizarías para calcular el descuento? ¿Por qué?

Unidad 2
Interés compuesto

Objetivos de aprendizaje:

Al finalizar esta unidad, el lector será capaz de:

- Diferenciar entre el interés simple y el interés compuesto, así como de explicar los efectos de la capitalización de intereses.

- Utilizar las fórmulas del interés compuesto para calcular el monto, el capital, la tasa de interés y/o el tiempo en operaciones financieras.

- Aplicar las ecuaciones de valores equivalentes para resolver operaciones de reestructuración de créditos.

- Convertir tasas nominales en tasas efectivas y viceversa, así como identificar tasas equivalentes.

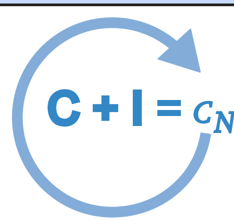
- Evaluar el impacto del interés compuesto en el valor del dinero en el tiempo.

LECCIÓN 4

2.1 Introducción al interés compuesto

El interés simple, por lo general, se aplica cuando el plazo de la operación financiera es corto y el contexto no es formal. La principal característica del interés simple es que el capital inicial no varía a lo largo de la operación, por lo que la base para determinar los intereses es siempre la misma durante toda la operación.

A diferencia del interés simple, que solo se calcula sobre el capital original, **en el interés compuesto se consideran los intereses a medida que se van produciendo, incorporándolos al capital en periodos determinados.** Este tipo de interés es el más común en las operaciones financieras.



El *capital* original *más* el *interés* generan un *nuevo capital* sobre el que se calcularán nuevos intereses, que se incorporarán nuevamente al capital para generar nuevos intereses, y así sucesivamente. Este ciclo se repetirá *n* veces.

Cada vez que el interés se integra al capital, se dice que se capitaliza. A este proceso, lo conoceremos como *capitalización de intereses*. Y el tiempo que transcurre para que esto suceda se denomina *periodo de capitalización*.

Por esta razón, en el interés compuesto, al capitalizarse los intereses, se generarán intereses sobre intereses.

De esta forma, en el interés compuesto, el capital no es constante, pues éste se incrementa al final de cada periodo de capitalización.

Actividad de Aprendizaje 2.1. A

Observa el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=a9XsxWQxDwE&feature=youtu.be

Ejemplo:

Un capital de $1,000 pesos, a una tasa de interés de 6% anual simple, produce interés es de 60 pesos al año; por lo tanto, si la operación dura 3 años el interés simple sería de $180 pesos. Sin embargo, si el interés se acumula al capital, a medida que este se va produciendo, la inversión se incrementa con mayor rapidez.

Resolvamos este ejercicio primero bajo el esquema de interés simple:

Identificar datos	Resolución del problema
M= ¿? C=1,000 t= 3 años i= 6% anual (0.06)	**M = C (1 + t i)** M= 1,000 [1 + (3) (.06)] M= 1,000 [1 + .18] M= 1,000 [1.18] M= 1,180 De los cuales $1,000 corresponden al Capital y $180 a los intereses.

Ahora resolvamos el mismo ejercicio, pero incorporaremos los intereses al capital a medida que estos se producen. Es decir, bajo el esquema del interés compuesto.

Como la tasa es de 6% anual, se entiende que los intereses se producen cada año, por lo tanto:

Identificar datos	Resolución del problema
M= ¿? C=1,000 t= 1 años i= 6% anual (0.06)	**M = C (1 + t i)** M_1= 1,000 [1 + (1) (.06)] M_1= 1,000 [1 + .06] M_1= 1,000 [1.06] M_1= 1,060 Éste sería el monto al final del primer año, que se convierte en el capital para el segundo año, y como la tasa de interés no cambia, entonces: M_2= 1,060 [1 + (1) (.06)] M_2= 1,060 [1.06] M_2= 1,123.60 Éste sería el monto al final del segundo año, que se convierte en el capital para el tercer año: M_2= 1,123.60 [1 + (1) (.06)] M_2= 1,123.60 [1.06] M_2= 1,191.02 Éste sería el monto al final del tercer año.

La diferencia entre el monto obtenido bajo el esquema del interés compuesto ($1,191.02) y el monto obtenido en el interés simple ($1,180.00) es de $11.02, que representan el interés generado por el propio interés. Es decir, intereses sobre intereses.

Como podemos observar, la diferencia entre el interés simple y el interés compuesto es que en este último el capital no es constante, pues se incrementa al final de cada periodo de capitalización. Lo que conlleva a la generación de intereses sobre intereses.

Actividad de Aprendizaje 2.1 B

Observa el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=CqCrJVCXIOY&feature=youtu.be

2.2 Monto y capital

La primera fórmula que vamos a ver del interés compuesto es la utilizada para calcular el monto.

Fórmula para calcular el monto del interés compuesto

$$M = C(1+ie)^{nm}$$

Donde:

M= Monto
C= Capital
i= Tasa de interés anual
n= Tiempo expresado en años
m= Periodos de capitalización al año
ie= Tasa equivalente al periodo de capitalización, donde ie se determina ak dividir la tasa anual entre el número de periodos de capitalización:

$$ie=i/m$$

Como podemos observar, tenemos dos nuevos elementos:
m que representa el número de periodos de capitalización que existen en un año e
ie qué representa la tasa equivalente al periodo de capitalización.
Para familiarizarnos con ellos, resolvamos lo siguiente.

Ejercicios:

1. Encuentra el valor de "*m*" si la tasa de interés (*i*) es:
   a) Capitalizable mensualmente
   b) Capitalizable bimestralmente
   c) Capitalizable trimestralmente
   d) Capitalizable semestralmente
   e) Capitalizable anualmente
   f) Capitalizable semanalmente
   g) Capitalizable diariamente

Respuestas:

a) Si la tasa es capitalizable mensualmente $m=12$ (en 1 año hay 12 meses).
b) Si la tasa es capitalizable bimestralmente $m=6$ (en 1 año hay 6 bimestres).
c) Si la tasa es capitalizable trimestralmente $m=4$ (en 1 año hay 4 trimestres).
d) Si la tasa es capitalizable semestralmente $m=2$ (en 1 año hay 2 semestres).
e) Si la tasa es capitalizable anualmente $m=1$ (sólo hay 1 capitalización al año).
f) Si la tasa es capitalizable semanalmente $m=52$ (en 1 año hay 52 semanas).
g) Si la tasa es capitalizable diariamente $m=360$ (el año financiero tiene 360 días).

Nota: El valor de *m* es independiente del tiempo (n), por lo que estos valores para *m* no cambian, independientemente de cuánto tiempo dure la operación financiera.

2. Encuentra el valor de ie si la tasa es: $ie=i/m$
   a) 30% anual capitalizable mensualmente.
   b) 16% anual capitalizable trimestralmente.

c) 15% anual capitalizable anualmente.
d) 18% anual capitalizable mensualmente.
e) 18% anual capitalizable semestralmente.
f) 18% anual capitalizable bimestralmente.

Respuestas:

a) 30% anual capitalizable mensualmente =
ie = 30%/12= 2.5% *mensual*
b) 16% anual capitalizable trimestralmente =
ie= 16%/4= 4% *trimestral*
c) 15% anual capitalizable anualmente =
ie= 15%/1= 15% *anual*
d) 18% anual capitalizable mensualmente =
ie= 18%/12= 1.5% *mensual*
e) 18% anual capitalizable semestralmente =
ie= 18%/2= 9% *semestral*
f) 18% anual capitalizable bimestralmente =
ie= 18%/6=3% *bimestral*

Ahora que nos hemos familiarizado con los nuevos elementos (m, ie), veamos un ejemplo para nuestra Fórmula del Monto del Interés Compuesto.

Ejemplo:

Si una persona invierte $50,000 pesos a una tasa de interés de 26.4% anual capitalizable mensualmente, ¿qué monto tendrá al termino de año y medio?

Identificación de datos	Resolución del problema
C= 50,000 i= 26.4% anual cap. mens. m= 12 ie= 26.4%/12= (0.022) n= 1.5 años M= ¿?	$\mathbf{M = C\,(1+i\,e)^{nm}}$ $M= 50{,}000\ (1+0.022)^{(1.5)(12)}$ $M= 50{,}000\ (1.022)^{18}$ M= 50,000 (1.479503934) M= 73,975.20 Ésta es la cantidad que tendremos que pagar al término de año y medio.

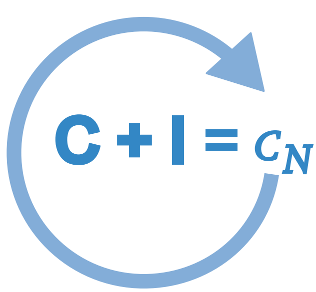
Nota: Si tienes dudas de cómo elevar a potencias en tu calculadora, te sugiero consultar el Anexo 2: Operaciones con calculadora científica.

¿No te quedó del todo claro? ¿Prefieres un video?
https://youtu.be/OFEevkj4keQ

Observa lo que hace la fórmula:

Ubiquémonos en este paso $\mathbf{M= 50{,}000\ (1.022)^{18}}$

Los *50,000* son el *capital* que estarán invertidos a una tasa de 2.2% mensual, por lo tanto, el *0.022* representa la *tasa equivalente al periodo de capitalización*, el exponente (*nm*) *18* indica el *total de periodos de capitalización* que duró la operación financiera.
Es decir, que en esta operación *el ciclo de la capitalización de intereses*:



se repite en *18 ocasiones*.

Por lo tanto, el exponente *nm* indica el total de periodos de capitalización que duró la operación financiera.

Recordemos que una de las principales características del interés compuesto es que, como resultado de la capitalización de intereses, se generará intereses sobre intereses.

Ahora, determinemos de cuánto es el interés generado por el propio interés; es decir, de cuánto son los intereses sobre intereses para nuestro ejemplo.

La generación de intereses sobre intereses es la principal diferencia entre el interés compuesto y el interés simple. Por lo tanto, para determinar su valor, debemos obtener la diferencia entre el monto del interés compuesto y el monto del interés simple.

Por lo que resolvemos el ejercicio bajo el esquema del interés simple (recuerda, en el interés simple no existen las capitalizaciones):

Identificar datos	**Resolución del problema**
C= 50,000 i= 26.4% anual = (0.264) t= 1.5 años M= ¿?	**M = C (1+t i)** M= 50,000 [1 + (1.5) (.264)] M= 50,000 [1 + 0.396] M= 50,000 [1.396] M= 69,800 Interés compuesto – interés simple = I / I I / I = 73,975.20 – 69,800 = 4,175.20 Los $4,175.20 pesos representan el interés generado por el propio interés (intereses sobre intereses).

Ahora resuelve la actividad de aprendizaje 2.2 A

Actividad de Aprendizaje 2.2 A

Resuelve los siguientes ejercicios con la Fórmula del Monto del Interés Compuesto.

Una empresa consigue un préstamo de $30,000 pesos a un plazo de dos años y una tasa de interés de 18% anual capitalizable bimestralmente. Calcula el monto que deberá pagar y el importe de los intereses sobre intereses.

2. Una empresa invierte $55,000 pesos en una cuenta que paga 12.56% anual capitalizable mensualmente.

a) ¿Qué monto obtendrá al término de un año?

b) ¿De cuánto son los intereses sobre intereses?

3. Una empresa obtiene un préstamo por $450,000 pesos que pagará al término de un año, a una tasa de 5% mensual de interés compuesto. ¿Cuánto se pagará al finalizar el plazo y qué importe se pagará de intereses?

Análisis del ejercicio:

En este ejercicio número 3, la tasa de interés es *5% mensual*, quiere decir que el interés se produce cada mes; por lo tanto, es el valor de *ie*.

Si el ejercicio hubiera dicho tasa de *60% anual capitalizable mensualmente*, 60% sería el valor de *i* (porque está expresado de forma anual), y entonces para encontrar el valor de *ie* hubieras dividido *60%/12* para obtener el *5% mensual*.

Éstas son las dos formas en que te puedo dar a conocer la tasa de interés:

Si dice anual capitalizable… es: *i*

Si dice mensual, bimestral, trimestral, etc. es: *ie*

4.- ¿Cuánto se deberá invertir el día de hoy si al término de dos años deseamos reunir $600,000 pesos en una cuenta que paga 24% anual capitalizable trimestralmente?

Observa que en este problema se nos pide calcular la cantidad que debemos invertir; por lo tanto, debemos encontrar el capital.

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.2 A

Ya que resolviste y comparaste tus resultados de los ejercicios anteriores, observa lo siguiente:

En el ejercicio número 3

Observa lo que hace la Fórmula del Monto del Interés Compuesto:

$$M = C\,(\,1 + ie\,)^{nm}$$

Dentro de tu proceso de resolución, ubícate en el penúltimo paso:
Ubiquémonos en este paso **M= 450,000 (1.7958563260)**

Si nosotros multiplicamos 450,000 x **1** obtenemos **450,000**, que es el capital; por lo tanto, el **1** representa el **capital.**

Si nosotros multiplicamos 450,000 x **0.7958563260** obtenemos **358,135.34**, que son los intereses; por lo tanto, el **0.7958563260** está representando al **interés.**

Si sumamos los 450,000 + 358,135.34 nos da los **808,135.34** que representan al **monto.**

En otras palabras, volvemos a comprobar que capital + interés = monto

Por lo tanto, esta operación se liquida con un monto de $808,135.34 pesos, que incluyen los $450,000 pesos que nos prestaron, más $358,135.34 pesos de intereses.

Ahora, la segunda fórmula que vamos a ver del interés compuesto es la utilizada para calcular el capital.

Fórmula para calcular el Capital del Interés Compuesto

$$C = M(1+ie)^{-nm}$$

Aunque el ejercicio 4 pude haberse resuelto de la forma siguiente:

Identificar datos	Resolución del problema
C= ¿? M= 600,000 n= 2 años i= 24% anual cap. trim m= 4 ie= = (0.06)	**$M = C\ (\ 1 + ie\ )^{nm}$** 600,000 = C 600,000 = C 600,000 = C (1.59384807) = C C=376,447.42 Ésta es la cantidad que debemos invertir el día de hoy.

Es recomendable que lo resolvamos con la fórmula número 2 del interés compuesto:

Identificar datos	Resolución del problema
C= ¿? M= 600,000 n= 2 años i= 24% anual cap. trim m= 4 ie= = (0.06)	**$C = M\ (1 + ie)^{-nm}$** C= 600,000 C= 600,000 C= 600,000 (0.6274123713) C=376,447.42 Que es el mismo resultado que ya habíamos obtenido

¿No te quedó del todo claro? ¿Prefieres un video?
https://youtu.be/hlUImrBIZ6c

¿Por qué es conveniente utilizar esta fórmula?

Si comparamos las dos fórmulas que llevamos del interés compuesto, podemos observar lo siguiente:

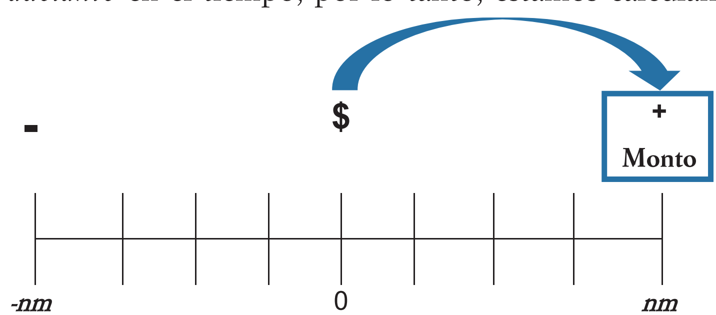
$$M = C\ (\ 1+ie\ )^{nm}$$
$$C = M\ (\ 1+ie\ )^{-nm}$$

Respecto de la estructura, ambas fórmulas son muy similares, pues prácticamente la única diferencia entre ellas es que en la primera el exponente es positivo y en la segunda negativo.

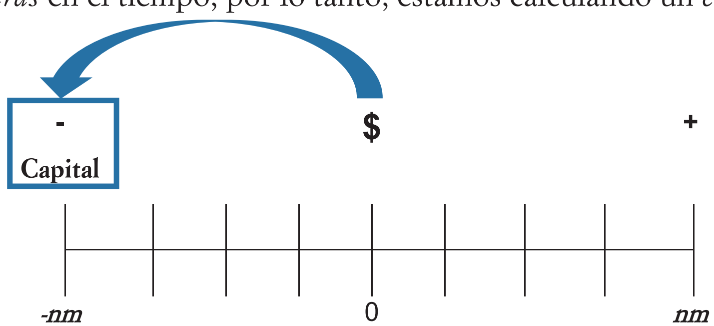
Esta diferencia es muy útil e importante si aprendemos a interpretarla. Ya habíamos mencionado que el exponente nm nos indica el número de periodos de capitalización que dura la operación financiera.

De esta forma:

Si el exponente es positivo, nos indica que nos estamos d*esplazando hacia adelante* en el tiempo; por lo tanto, estamos calculando un *monto.*



Si el exponente es negativo, nos indica que nos estamos *desplazando hacia atrás* en el tiempo; por lo tanto, estamos calculando un *capital.*



La tercera fórmula que vamos a ver del interés compuesto es la utilizada para calcular el número de periodos de capitalización (nm) que dura la operación financiera. Si conozco el total de periodos (nm) puedo conocer el tiempo que duró la operación.

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 2.2 B

Actividad de Aprendizaje 2.2 B

Resuelve los siguientes ejercicios con la fórmula del Capital del Interés compuesto.

5. ¿Qué cantidad tendremos que invertir el día de hoy? para obtener en dos años 300,000.00 pesos en una cuenta que paga 12% anual capitalizable mensualmente

6. ¿Cuál era el precio de contado De una computadora por la que se pagó $12,833.13 después de 6 meses, si nos cobraron un interés de 13.5% anual capitalizable mensualmente.

7. El día de hoy nuestro estado de cuenta refleja un saldo por $5,745.41 pesos por una inversión que realizamos hace año y medio a una tasa de 9.3% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál fue nuestra inversión inicial?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.2 B

Interpreta el resultado:

En las operaciones que realizaste para resolver los ejercicios, ¿qué significa el exponente?

LECCIÓN 5

2.3 Tasa de interés y tiempo

La tercera fórmula que vamos a ver del interés compuesto es la utilizada para calcular el tiempo expresado en periodos de capitalización (nm). Si conozco el número de periodos (nm), puedo conocer el tiempo que dura la operación financiera.

Fórmula para calcular el Tiempo del Interés Compuesto

$$nm = \frac{\log M - \log C}{\log(1+ie)}$$

Ejemplo:

Realizamos una inversión inicial de $10,000 a una tasa de 14% anual capitalizable bimestralmente. Si deseamos reunir $12,307.06, ¿cuánto tiempo durará la operación?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 12,307.06 C= 10,000 i= 14% anual cap. bim. m= 6 ie=(14%)/6= 2.333333333% bimestral (0.023333333) n= ¿?	**nm = (log M - log C)/(log (1 + ie))** nm=(log(12,307.06)-log(10,000))/ log(1+0.023333333) nm =(4.09015432 –4)/0.01001712 nm =0.09015432/0.01001712 nm = 9.0000 ¿Qué representa este resultado? *nm* es el total de periodos de capitalización que dura la operación financiera. En este caso, los periodos de capitalización son bimestrales; por lo tanto, los 9.00 representan bimestres. Es decir, que para que $10,000 se conviertan en $12,307.06 a una tasa de 14% anual capitalizable bimestralmente, deben transcurrir 9 periodos de capitalización.

	Por lo tanto, la operación debe durar 9 bimestres. Para convertirlo a años realizamos lo siguiente: Recordemos que m=6, entonces: nm = 9.00 = n(6) = 9.00 despejamos n n = 9/6 **n = 1.5 años** Recordemos que n = es el tiempo expresado en años. Y 9 bimestres es igual a 1.5 años En nuestro ejemplo, la pregunta es abierta. ¿En cuánto tiempo? Por lo que ambas respuestas son correctas. Pero si la pregunta fuera: ¿En cuántos años? Sólo habría una respuesta correcta: 1.5 años

Nota: Si tienes dudas de cómo calcular logaritmos en tu calculadora, te sugiero consultar el **Anexo 2: Operaciones con calculadora científica.**

¿No te quedó del todo claro? ¿Prefieres un video?
https://youtu.be/7gjlKBlqijw

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 2.3 A

Actividad de Aprendizaje 2.3 A

Resuelve los siguientes ejercicios con la Fórmula del Tiempo del Interés Compuesto.

8. ¿En cuánto tiempo lograremos reunir $2,500 pesos, si el día de hoy invertimos $300 pesos en una cuenta que paga 11.36% anual capitalizable mensualmente?

9. ¿En cuánto tiempo lograremos reunir $60,000 pesos, si el día de hoy invertimos $5,000.00 pesos en una cuenta que paga 24% anual capitalizable trimestralmente?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.3 A

La cuarta fórmula que vamos a ver del interés compuesto es la utilizada para calcular la tasa equivalente al periodo de capitalización (*ie*). Si conozco el valor de ie, puedo conocer la tasa anual (i).

Fórmula para calcular la Tasa del Interés Compuesto

$$ie = \sqrt[nm]{\frac{M}{C}} - 1$$

Ejemplo:

Determina a la tasa anual capitalizable trimestralmente a la que debo invertir $25,000 pesos para obtener $30,000 pesos en un plazo de 9 meses.

<table>
<tr><th>Identificar da</th><th>Resolución del problema</th></tr>
<tr><td>C= 25,000
M= 30,000
i= ¿? cap. trimestral-
mente
m= 4
n= 0.75 años

Regla de 3:
<table><tr><td>Meses</td><td>Años</td></tr><tr><td>12</td><td>1</td></tr><tr><td>9</td><td>x</td></tr></table></td><td>ie= √(nm&M/C)-1
ie= √((0.75)(4)&30,000/25,000)-1
ie= (30,000/25,000)-1
ie= 1.2-1
ie= 1.06265857-1
ie=0.06265857

Ésta sería la tasa de interés equivalente al periodo de capitalización, es decir, la tasa trimestral.
Sin embargo, el ejercicio nos solicita la tasa de interés anual (i). Para convertir la</td></tr>
</table>

$9 \times 1 = 9$ $9/12 = 0.75$ $x = 0.75$ años 9 meses=0.75 años	tasa trimestral a tasa anual, realizamos lo siguiente, recordemos que m=4, entonces: $i = (ie)(m)$ $i = (0.06265857)\ (4)$ $i = 0.25063428$ Ésta sería la tasa de interés anual. Como las tasas de interés se expresan en porcentaje, tenemos que multiplicarla por 100: $i = 0.25063428 \times 100 = 25.063428\%$ $i = 25.063428\%$ anual capitalizable trimestralmente

Nota: Si tienes dudas de cómo calcular raíces enésimas en tu calculadora, te sugiero consultar el Anexo 2: Operaciones con calculadora científica.

¿No te quedó del todo claro? ¿Prefieres un video?
https://youtu.be/crsvVzmxVc4

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 2.3 B

Actividad de Aprendizaje 2.3 B

Resuelve los siguientes ejercicios con la fórmula de la Tasa del Interés Compuesto.

10. ¿A qué tasa de interés anual deberé colocar un capital de $150,000 pesos para obtener $500,000, si se consideran las capitalizaciones semestrales durante 2 años?

11. ¿A qué tasa de interés anual capitalizable mensualmente $3,000 pesos se convierten en $4,163.53 en un plazo de 2 años?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.3 B

Lección 6

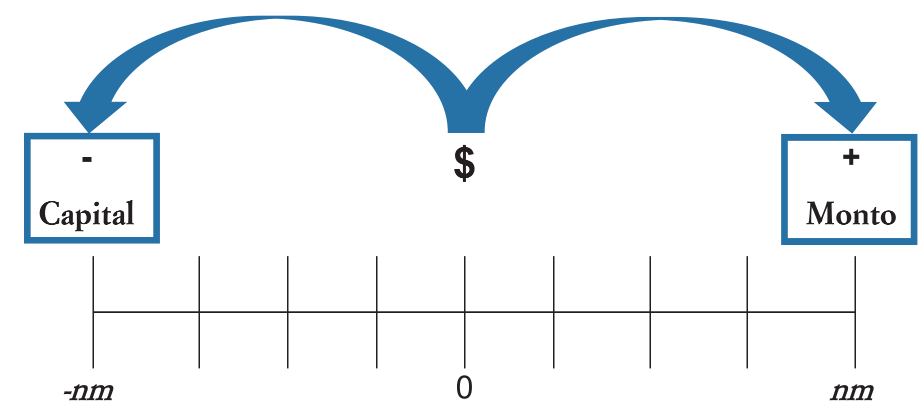
2.4 Gráficos de Tiempo

Para el tema de ecuaciones de valores equivalentes, es conveniente que dominemos las fórmulas del Monto y del Capital del Interés Compuesto. Además de conocer una herramienta muy sencilla, pero muy útil: La gráfica de tiempo.

Observa el siguiente video: https://youtu.be/E5EhWT-gZNs

La gráfica de tiempo no es otra cosa más que una recta numérica, que representa al tiempo expresado en periodos de capitalización. Es muy útil para representar ejercicios de forma gráfica.

De hecho, ya la hemos utilizado anteriormente:



Periodos de capitalización Periodos de capitalización

Resolvamos los siguientes ejercicios:

12. *El día de hoy* nuestro estado de cuenta bancario refleja un saldo de \$10,440.91 pesos, por una inversión realizada hace ocho meses a una tasa de 14.25% anual capitalizable mensualmente, ¿de cuánto fue nuestra inversión?

13. ¿Qué cantidad tendremos dentro de ocho meses más, si la tasa de interés no varía?

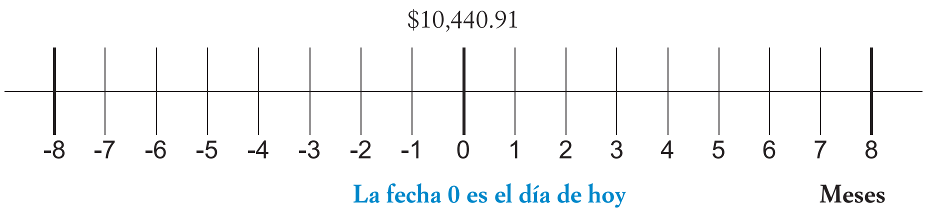
Solución al problema número 12

Identificar datos	Resolución del problema 12
M= 10,440.91 n= 8 meses = 8/12 años i= 14.25% anual cap. mens. m= 12 ie = (14.25%)/12=1.1875% =0.011875% *mensual* (0.011875) C= ¿?	**$C = M\,(1 + ie)^{nm}$** $C = 10{,}440.91\ (1+0.011875)^{-(8/12^{-})(12)}$ $C = 10{,}440.91\ (1.011875)^{-8}$ $C = 10{,}440.91\ (0.909881995)$ $C = 9{,}500$ Esta es la cantidad que se invirtió hace 8 meses

Solución al problema número 13

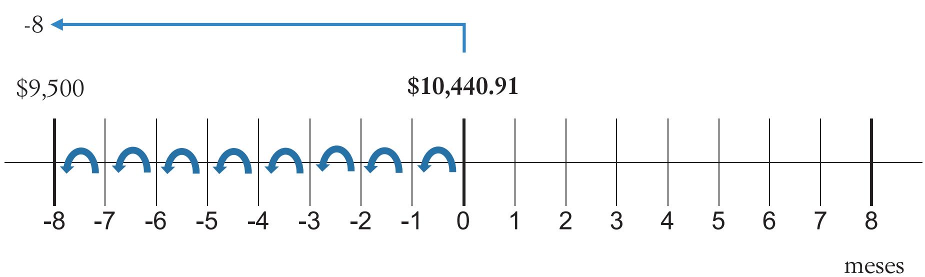
Identificar datos	Resolución del problema 13
C= 10,440.91 n= 8 meses = 8/12 años i= 14.25% anual cap. mens. m= 12 ie = (14.25%)/12= 1.1875% *mensual* *(0.011875)* *M= ¿?*	**$M = C\,(1 + ie)^{nm}$** $M = 10{,}440.91\ (1+0.011875)^{(8/12^{-})(12)}$ $M = 10{,}440.91\ (1.011875)^{8}$ $M = 10{,}440.91\ (1.09904362)$ $M = 11{,}475.02$ Ésta es la cantidad que se tendrá dentro de ocho meses

Estos ejercicios también podemos resolverlos apoyándonos en una gráfica de tiempo. Si los representamos de forma gráfica, obtendríamos lo siguiente:



Para mover los $10,440.91 pesos (situados en el día de hoy), ocho meses hacia atrás, simplemente los multiplicamos por $(1+ie)^{-8}$, como los estamos moviendo hacia atrás estamos calculando un capital (elevando a negativos):

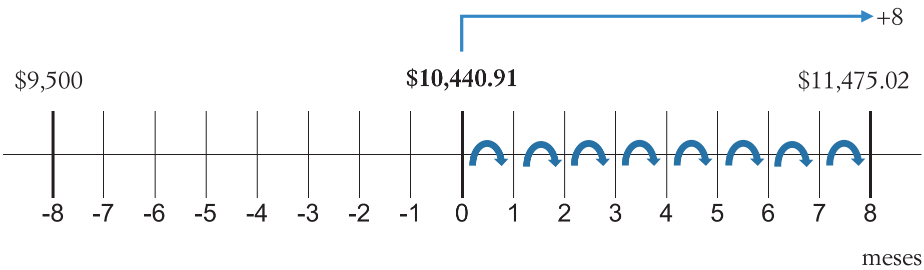
$$C = 10{,}440.91\ (1.011875)^{-8} = \$9{,}500.00$$



Con lo que retrocedimos, los $10,440.91 pesos ocho periodos de capitalización (meses) en el tiempo.

Para mover los $10,440.91, ocho meses hacia adelante en el tiempo, simplemente los multiplicamos por $(1+ie)^{8}$, como los estamos moviendo hacia adelante estamos calculando un monto (elevando a positivos):

$$M = 10{,}440.91\ (1.011875)^{8} = \$11{,}475.02$$



De esta forma, podemos desplazar cualquier cantidad en el tiempo calculando montos y capitales.

Para ello, simplemente multiplicaremos la cantidad que deseamos mover ($) por $\mathbf{(1+ie)^p}$, donde p representa los periodos de capitalización que nos vamos a desplazar.

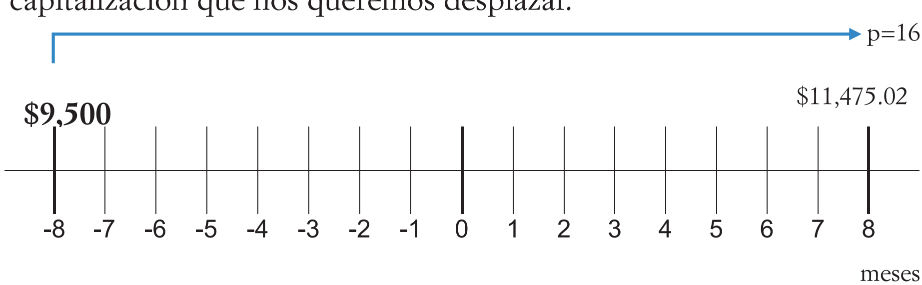
Si nos desplazamos hacia adelante, estamos calculando un monto y el exponente (p) será positivo: $\mathbf{M = \$\ (1+ie)^p}$

$$M = 10{,}440.91\ (1.011875)^{8} = \$11{,}475.02$$

Si nos estamos desplazando hacia atrás, estamos calculando un capital y el exponente (p) tendrá que ser negativo: $\mathbf{C = \$\ (1+ie)^{-p}}$

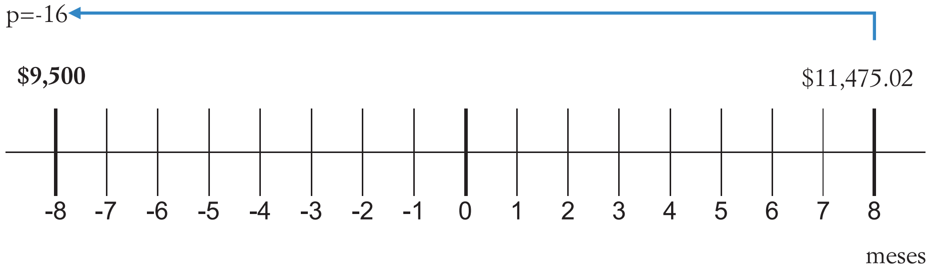
$$C = 10{,}440.91\ (1.011875)^{-8} = \$9{,}500.00$$

Por lo tanto, si quisiéramos desplazar los $9,500 pesos (ubicados en el mes -8) al mes número 8 sólo tendríamos que multiplicarlos por (1+ie)p, donde p valdría 16, porque son el número de periodos de capitalización que nos queremos desplazar.



$$M = \mathbf{9{,}500}\ (1.011875)^{16} = \$11{,}475.02$$

También podríamos hacerlo a la inversa; regresar en el tiempo los \$11,475.02 pesos (ubicados en el mes 8) y llevarlos al mes -8 multiplicándolos por **(1+ie)^{p}**, donde p valdría -16 porque son el número de periodos de capitalización que nos estamos regresando.



$$C = \mathbf{11{,}475.02}\ (1.011875)^{-16} = \$9{,}500.00$$

Como puedes observar, al calcular montos y capitales estamos empezando a jugar con "el valor del dinero a través del tiempo".

Material 2.4. Gráficos de tiempo sin actividad de aprendizaje.

LECCIÓN 7

2.5 Ecuaciones de valores equivalentes A

Conceptos básicos:

Ecuación: una ecuación es una igualdad.

Ecuación de Valor: es la que se obtiene al igualar 2 flujos de efectivo, en una misma fecha de comparación (fecha focal).

Flujo de Efectivo: puede estar integrado por una o más cantidades, que representan entradas (ingresos) y/o salidas (egresos) de efectivo en un periodo determinado.

Los ejercicios de ecuaciones de valores equivalentes se aplican para resolver situaciones de renegociación o reestructuración de deudas. Siempre que se nos plantee una situación en donde tenemos que sustituir una forma de pago (previamente acordada) por otra que es negociada, estamos ante un ejercicio de ecuaciones de valores equivalentes.

7 pasos para la resolución de problemas de ecuaciones de valor.

1. Identifica los dos flujos de efectivo a igualar, donde:

- El Flujo de Efectivo 1 (FE1) representa la deuda original
- El Flujo de Efectivo 2 (FE2) es igual a la renegociación o restructuración.

2. Construye la gráfica de tiempo, *expresada en periodos de capitalización.*

- Observa la tasa de interés vigente para la renegociación y construye la gráfica de tiempo en esos términos. Si la tasa se capitaliza mensualmente, tu gráfica debe ir en meses. Si la tasa se capitaliza de forma bimestral, entonces la gráfica va en bimestres; si es trimestral, en trimestres, etcétera.

3. Grafica los dos flujos de efectivo.

- El FE1 (deuda original) en la parte superior de la gráfica y el FE2 (renegociación) en la parte inferior. Para graficar los flujos, pregúntate donde están ubicadas en el tiempo cada una de las cantidades y represéntalas en la gráfica.

4. Determina la fecha focal y lleva todas las cantidades del FE1 y del FE2 a esa fecha.

- Observa donde está ubicada la incógnita (X) y esa será tu fecha focal. Ahora, lleva todas las cantidades que integran el FE1 y el FE2 a esa fecha. Recuerda que para mover una cantidad hacia adelante se utiliza la fórmula del monto, mientras que para mover una cantidad hacia atrás se utiliza la fórmula del capital.

5. Formula la ecuación de valor.

- Una vez que todas las cantidades están en la fecha focal (expresadas en montos y capitales) establece la ecuación igualando los flujos, es decir, la ecuación de valor siempre tendrá la estructura:

FE1 = FE2

6. Determina los valores que integran la ecuación.

- Calcula los montos (M1, M2, etc) y los capitales (C1, C2, etc.) que integran la ecuación de valor para poder resolverla.

7. Sustituye los valores y resuelve la ecuación de valor, luego de despejar y encontrar el valor de X.

Hasta el momento, parece que el tema es complicado, pero en realidad no es así, es más sencillo de lo que aparenta ser. Resolvamos un ejemplo paso por paso.

Ejemplo 1:
Una persona tiene una deuda por la que debe realizar dos pagos. El primero por $30,000 pesos dentro de seis meses, y el segundo por $50,000 pesos dentro de año y medio. ¿Qué cantidad debe pagar para liquidar la deuda con un solo pago en un año?

Considera una tasa, al momento de la restructuración, de 20% anual capitalizable mensualmente.

Resolución del ejercicio paso a paso.

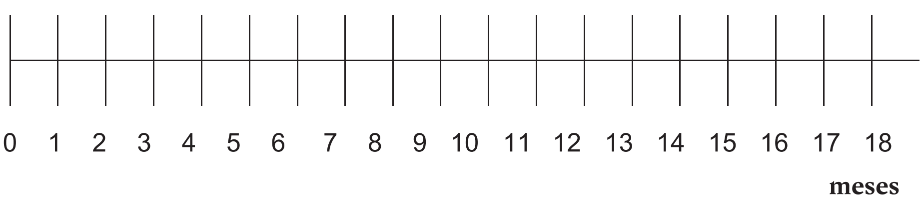
Pasos:

1. Identifica los dos flujos de efectivo a igualar, el FE1= a la deuda original y el FE2= a la renegociación.

> FE1 = 2 pagos; uno de 30,000 al 6° mes y otro de $50,000 al 18° mes.
> FE2 = 1 solo pago de X cantidad dentro de 1 año (12° mes)

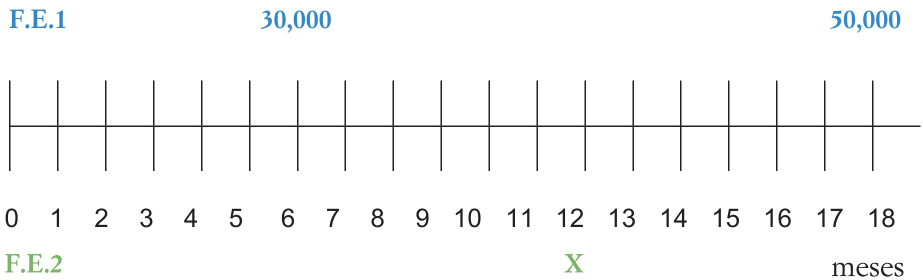
2. Construye la gráfica de tiempo, expresada en periodos de capitalización.

> Observa la tasa de interés vigente para la renegociación y construye la gráfica de tiempo en esos términos.
>
> i = 20% anual *capitalizable mensualmente*
> ie=(20%)/12= *1.666666% mensual*
>
> Por lo tanto, la gráfica de tiempo debe estar expresada en meses, como la operación tenía una duración de 18 meses, entonces graficamos 18 meses:



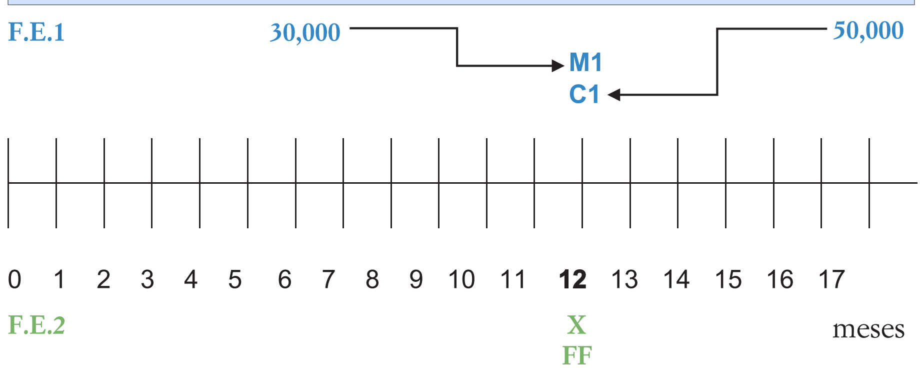
3. Grafica los dos flujos de efectivo.

> El FE1 (deuda original) en la parte superior y el FE2 (renegociación) en la parte inferior. Pregúntate donde están ubicadas en el tiempo cada una de las cantidades y represéntalas en la gráfica:
> El FE1 está integrado por dos pagos: uno de $30,000 pesos en el sexto mes y otro de $50,000 pesos en el mes 18.
> El FE2 está integrado por 1 pago de X en el décimo segundo mes.



4. Determina la Fecha Focal (FF) y lleva todas las cantidades del FE1 y del FE2 a esa fecha.

> Observa dónde está ubicada la incógnita (X) y ésa será tu fecha focal. En nuestro ejemplo, la fecha focal es el mes número 12.
> Ahora lleva todas las cantidades que integran el FE1 y el FE2 a esa fecha. Recuerda que para mover una cantidad hacia adelante calculamos *monto*, y para mover una cantidad hacia atrás calculamos *capital*.
> La ventaja de la incógnita (X) es que ya está en la fecha focal, por lo que no hay que moverla.



5. Formula la ecuación de valor.

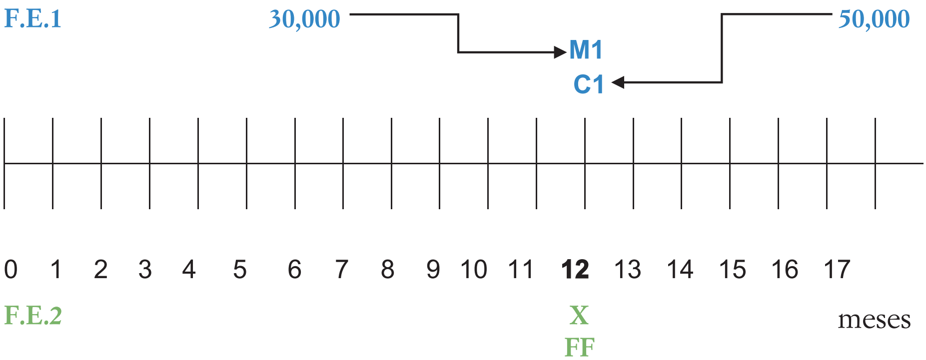
> Una vez que todas las cantidades están en la fecha focal (expresadas en montos y capitales) establece la ecuación igualando los flujos. Es decir:
>
> **FE1 = FE2**

FE1 = M1 + C1 y **FE2 = X**

Entonces al igualar FE1 = FE2, la ecuación que debemos resolver es:

M1 + C1 = X

6. Determina los valores que integran la ecuación.



Calcula los montos (M1, M2, etc.) y los capitales (C1, C2, etc.) que integran la ecuación:

$$M1 = 30{,}000\ (1.01666666666)^{6}$$
$$M1 = 30{,}000\ (1.104260)$$
$$M1 = 33{,}127.81$$

$$C1 = 50{,}000\ (1.01666666666)^{-6}$$
$$C1 = 50{,}000\ (0.905583)$$
$$C1 = 45{,}279.17$$

7. Sustituye los valores y resuelve la ecuación, despejando y encontrando el valor de X

M1 + C1 = X

33,127.81 + 45,279.17 = X

X = 78,406.98

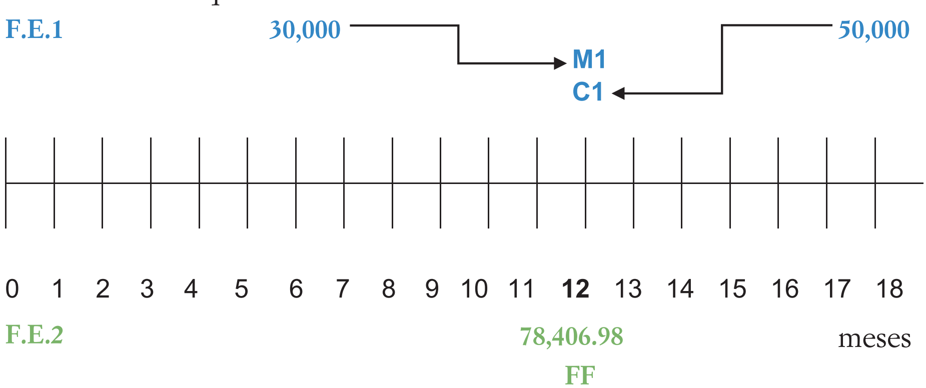
Interpreta el resultado:

El pago que tendremos que realizar dentro de un año será de \$78,406.98 pesos. Con este pago, remplazaremos dos pagos: uno de \$30,000 pesos dentro de seis meses, y otro de \$50,000 dentro de año y medio.

Por lo tanto, concluimos que un pago de \$78,406.98 dentro de un año es equivalente a dos pagos: uno de \$30,000 dentro de seis meses y otro de \$50,000 dentro de año y medio, a una tasa de 20% anual capitalizable mensualmente.

Análisis del ejercicio:

Observa lo que hace la ecuación de valor:



Originalmente nosotros nos habíamos comprometido a realizar dos pagos:

1. El primero por \$30,000 en el sexto mes.

¿Los pagamos en esa fecha? No.
¿Hasta cuándo los pagamos? Hasta el décimo primer mes.
¿Cuánto tiempo nos retrasamos? Seis meses.
¿Qué es lo justo? ¿Que paguemos intereses por el tiempo que nos retrasamos?
En lugar de los \$30,000 ¿Cuánto tenemos que pagar?

$M1 = 30{,}000\ (1.01666666666)^{6}$
$M1 = 30{,}000\ (1.104260)$
$M1 = 33{,}127.81$

2. El segundo por $50,000 en el décimo octavo mes.

¿Los pagamos en esa fecha? No.
¿Cuándo los pagamos? En el décimo segundo mes.
¿Cuánto tiempo nos anticipamos? sexto mes.
¿Qué es lo justo, que paguemos menos intereses por adelantar nuestro pago?
En lugar de los $50,000, ¿cuánto tenemos que pagar?

$C1 = 50{,}000\ (1.01666666666)^{-6}$
$C1 = 50{,}000\ (0.905583)$
$C1 = 45{,}279.17$

La suma de los $33,127.81 + $45,279.17 conforman el pago de los $78,406.98.

De esta forma concluimos que $30,000 (en el sexto mes) + $50,000 (en décimo octavo mes) no son iguales a $78,406.98, pero sí son equivalentes en el décimo segundo mes a una tasa de 20% anual capitalizable mensualmente.

Nota importante: De hecho, no podemos sumar $30,000 + $50,000 porque ambas cantidades se encuentran en distintos periodos de tiempo; para que podamos hacerlo, tienen que estar en la misma fecha, por eso las llevamos a la fecha focal, que es la fecha donde se realiza la comparación.

Ejemplo 2

Se tiene una deuda que consta de tres pagos bimestrales de $1,000 pesos cada uno. Se desea remplazarla por un solo pago dentro de seis meses. ¿De qué importe será el pago semestral, si la tasa para la renegociación es de 30% anual capitalizable bimestralmente?

Resolución del ejercicio paso a paso en:
https://youtu.be/P3cj9753ekM

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 2.5 A

Actividad de Aprendizaje 2.5 A

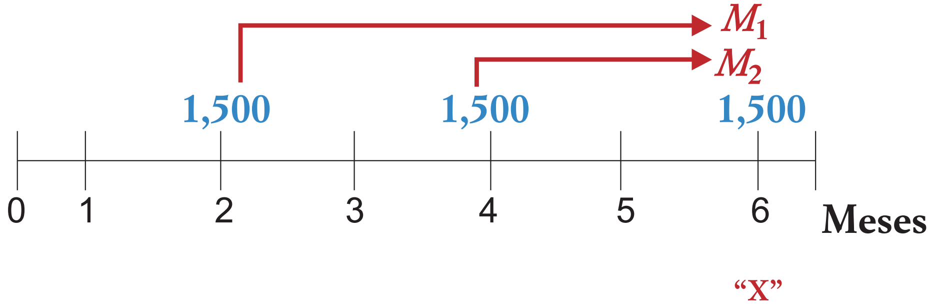
Resuelve los siguientes ejercicios de ecuaciones de valores equivalentes.

1. Se tiene una deuda que consta de tres pagos bimestrales de $1,500.00 pesos cada uno. Se desea reemplazar por un solo pago dentro de seis meses. ¿De qué importe será el pago, si la tasa vigente es de 12% anual capitalizable mensualmente?

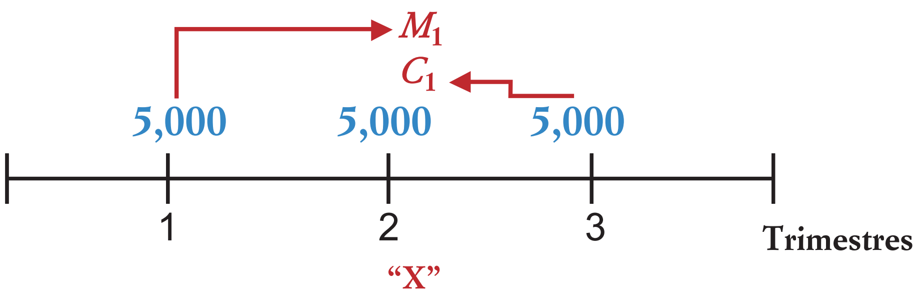
2. Se tiene una deuda que consta de tres pagos trimestrales de $5,000.00 pesos cada uno, y se desea sustituir por un solo pago semestral. ¿De cuánto será el pago, si la tasa es de 12% anual capitalizable trimestralmente?

Consejos:
Resuelve paso a paso con la guía (siete pasos). Por ser los primeros ejercicios, te ayudaré con las gráficas de tiempo, pero primero intenta plantearlos por ti mismo.

La gráfica de tiempo del ejercicio número 1 te debe haber quedado de la forma siguiente:



La gráfica de tiempo del ejercicio número 2 te debe haber quedado de la forma siguiente:



Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.5 A

LECCIÓN 8

Continuamos con el tema de Ecuaciones de Valores Equivalentes B.

Resuelve la actividad de aprendizaje 2.5 B

Actividad de Aprendizaje 2.5 B

3. Se adquiere un artículo mediante seis pagos mensuales de \$450.00 pesos cada uno. Si la deuda se desea reemplazar por un solo pago cuatrimestral. ¿De cuánto será el pago, si la tasa es de 18% anual capitalizable mensualmente?

4. Se tiene una deuda de dos pagos trimestrales de \$25,000.00 pesos cada uno, y se desea reemplazar por tres pagos bimestrales. Si el primero es de \$10,000.00 pesos y el segundo de \$20,000.00 pesos, ¿de cuánto será el tercer pago, si la tasa vigente es de 36% anual capitalizable mensualmente?

5. Se adquiere una maquinaria con dos pagos semestrales; el primero de \$60,000.00 pesos y el segundo de \$72,000.00 pesos. Luego de un trimestre, se decide renegociar el pago para liquidarlo con tres

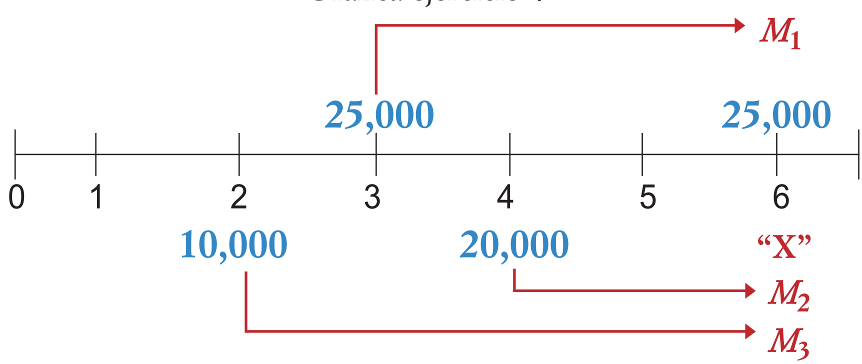
pagos trimestrales: el primero de $30,000.00 pesos (en ese momento), el segundo por $50,000.00 pesos. ¿De cuánto será el tercer pago si la tasa vigente es de 44% anual capitalizable trimestralmente?

6. Una empresa adquiere equipo de cómputo que acuerda pagar con cuatro pagos trimestrales de $22,500.00 pesos cada uno. Unos días después, se decide renegociar el pago para liquidarlo con dos pagos cuatrimestrales, el primero de $40,000.00 pesos. ¿De cuánto será el segundo pago si la tasa vigente para la renegociación es de 18% anual capitalizable mensualmente?

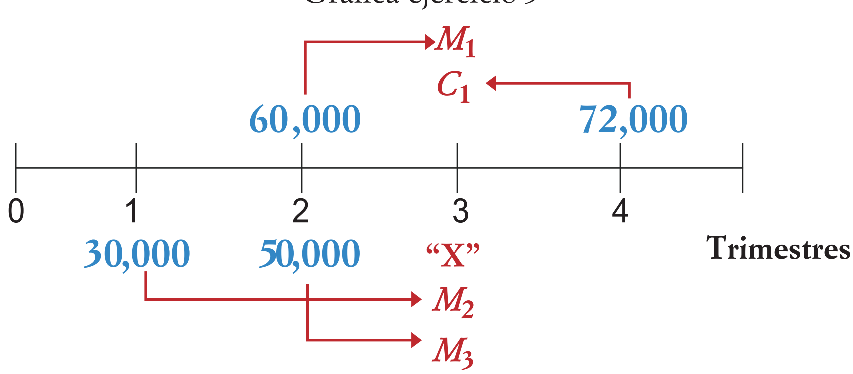
Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.5 B.

Apoyos

Gráfica ejercicio 4



Gráfica ejercicio 5



Lección 9

Con esta actividad concluimos el tema de Ecuaciones Valores Equivalentes.

Resuelve la actividad de aprendizaje 2.5 C

Actividad de Aprendizaje 2.5 C

7. Se tiene una deuda que consta de tres pagos trimestrales de $3,000.00 pesos cada uno y se desea reemplazar por cuatro pagos bimestrales, los tres primeros de 2,000.00 pesos. ¿De cuánto será el cuarto pago, si la tasa vigente es de 2.5% mensual para la renegociación?

8. Se tiene una deuda que consta de 6 pagos bimestrales de $2,000.00 pesos cada uno. Se desea reemplazar por tres pagos trimestrales; el primero de $3,000.00 pesos y el segundo de $4,000.00 pesos. ¿De cuánto será el tercer pago, si la tasa vigente es de 18% anual capitalizable mensualmente?

9. Se tiene una deuda que debe liquidarse dentro de 6 meses con un pago de $10,927.27 pesos. Se desea remplazar por tres pagos bimestrales, los dos primeros de $3,535.30 pesos. ¿De cuánto será el tercer pago, si la tasa vigente es de 3% bimestral?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.5 C

Lección 10

2.6 Tasa nominal, efectiva y equivalente.

Para explicar con mayor claridad los conceptos de tasa nominal y tasa efectiva veamos primero un pequeño ejemplo. Por favor resuelve el siguiente ejercicio:

Un familiar desea invertir su dinero, cómo sabe que tú estás estudiando matemáticas financieras te pide le aconsejes; de las 3 opciones que tiene ¿cuál es la mejor para invertir a un año?

Opciones de inversión:

1. Inversión a plazo fijo con tasa del 21% anual capitalizable mensualmente
2. Una cuenta que paga el 22.5% anual capitalizable semestralmente.
3. Inversión al 22% anual capitalizable trimestralmente.

Construye diferentes escenarios de inversión, invirtiendo $1,000, $5,000 y $10,000 pesos en cada una de las opciones e indica cuál es la mejor opción para realizar la inversión.

Aquí desarrollaremos el escenario con una inversión de $100.

Opción a)	**Opción b)**	**Opción c)**
i =21% anual	i = 22.5% anual	i = 22% anual
Capitalizable mensual	Capitalizable semestral	Capitalizable trimestral
m = 12 ie = 21% / 12 = 1.75% mensual n = 1 año C = $100	m = 2 ie = 22.5% / 2 = 11.25% semestral n = 1 año C = $100	m = 4 ie = 22% / 4 = 5.5% trimestral n = 1 año C = $100

M = C (1+ie)nm M = 100 (1+.0175)1x12 M = 100 (1.0175)12 M = 100 (1.23143931) M = 123.1439	M = C (1+ie)nm M = 100 (1+.1125)1x2 M = 100 (1.1125)2 M = 100 (1.237656) M = 123.7656	M = C (1+ie)nm M = 100 (1+.055)1x4 M = 100 (1.055)4 M = 100 (1.238824) M = 123.8824

Si realizaste los otros escenarios comprobaras que, independientemente de la cantidad que se invierta, la mejor opción para invertir a 1 año es la opción c).

Tasa nominal (i) y tasa efectiva (e)

Cuando se realiza una operación financiera se pacta una tasa de interés anual que rige durante el tiempo que dura la operación financiera. A esta se le denomina **tasa nominal de interés** y la que identificamos con la letra i.

En nuestro ejemplo, si solo nos hubiéramos guiado por la tasa nominal (*i*):

Opción a)	Opción b)	Opción c)
i =21% anual	i = **22.5% anual**	i = 22% anual

Hubiéramos elegido, erróneamente, la opción b como la mejor opción para invertir, pues aparentemente nos ofrecía la tasa más alta.

Sin embargo, si el interés se capitaliza más de una vez al año (semestral, trimestral, mensual, etc.) la cantidad efectivamente pagada o ganada es mayor a la que se indica en la tasa nominal (i). A esta se le denomina **tasa efectiva** y la identificamos con la letra ***e***.

En nuestro ejemplo, las tasas nominales nos indicaban un rendimiento de:

Opción a)	Opción b)	Opción c)
i =21% anual	**i = 22.5% anual**	**i = 22% anual**
Capitalizable mensual	Capitalizable semestral	Capitalizable trimestral

Pero por efecto de las capitalizaciones, el rendimiento efectivo que proporcionan es mayor al que indica la tasa nominal:

Opción a)	Opción b)	Opción c)
i =21% anual	**i = 22.5% anual**	**i = 22% anual**
Capitalizable mensual	Capitalizable semestral	Capitalizable trimestral
M = C (1+ie)nm M = 100 (1+.0175)1x12 M = 100 (1.0175)12 M = 100 (1.23143931) M = 123.1439	M = C (1+ie)nm M = 100 (1+.1125)1x2 M = 100 (1.1125)2 M = 100 (1.237656) M = 123.7656	M = C (1+ie)nm M = 100 (1+.055)1x4 M = 100 (1.055)4 M = 100 (1.238824) M = 123.8824
e = 0.231439 ***e* = 23.1439% anual**	*e* = 0.237656 ***e* = 23.7656% anual**	*e* = 0.238824 ***e* = 23.8824% anual**

De esta forma, la fórmula para calcular la tasa efectiva (*e*) es:

Fórmula para calcular la Tasa Efectiva.

$$e=(1+ie)^{nm}-1$$

Observa que, siempre que exista más de una capitalización al año, la tasa efectiva será mayor a la tasa nominal (e>*i*):

Opción a)	Opción b)	Opción c)
i =21% anual	**i = 22.5% anual**	**i = 22% anual**
Capitalizable mensual	Capitalizable semestral	Capitalizable trimestral
e = 0.231439 ***e* = 23.1439% anual**	*e* = 0.237656 ***e* = 23.7656% anual**	*e* = 0.238824 ***e* = 23.8824% anual**

De esta forma, en nuestro ejercicio inicial, nosotros podemos determinar cuál es la mejor opción para invertir, simple y sencillamente, determinando la tasa efectiva de cada una de las opciones.

Una misma tasa nominal (i) con diferentes periodos de capitalización producirá tasas efectivas (e) diferentes.

Ejemplo:

Calcula la tasa efectiva que produce una tasa nominal del 18% anual si se capitaliza:

a) mensualmente
b) bimestralmente
c) semestralmente

a)	b)	c)
i =18% anual	**i = 18% anual**	**i = 18% anual**
Capitalizable mensual	Capitalizable bimestral	Capitalizable semestral
m = 12 ie = 18% / 12 = 1.5% mensual (0.015) n = 1 año	m = 6 ie = 18% / 6 = 3% bimestral (0.03) n = 1 año	m = 2 ie = 18% / 2 = 9% semestral (0.09) n = 1 año

$e = (1+ie)^{nm} - 1$ $e = (1+.015)^{1x12} - 1$ $e = (1.015)^{12} - 1$ $e = (1.195618) - 1$ $e = 0.195618$	$e = (1+ie)^{nm} - 1$ $e = (1+.03)^{1x6} - 1$ $e = (1.03)^{6} - 1$ $e = (1.194053) - 1$ $e = 0.194053$	$e = (1+ie)^{nm} - 1$ $e = (1+.09)^{1x2} - 1$ $e = (1.09)^{2} - 1$ $e = (1.1881) - 1$ $e = 0.1881$
***e* = 19.5618% anual**	***e* = 19.4053% anual**	***e* = 18.81% anual**

¿No te quedo del todo claro?, ¿Prefieres un video?
https://youtu.be/hrLwMmD1WSo

Tasas equivalentes
Dos tasas nominales de interés (*i*) diferentes **serán tasas equivalentes, si al término de un año producen la misma tasa efectiva** (*e*). Es decir, que en un año generan el mismo interés y por lo tanto son equivalentes, ya que otorgan el mismo rendimiento.

Ejemplo:

Determina la tasa efectiva para las dos tasas nominales siguientes:
12.1204% anual capitalizable trimestralmente.
12% anual capitalizable mensualmente.

a)	b)
i =12.1204% anual	**i = 12% anual**
Capitalizable trimestral	Capitalizable mensual
m = 4 ie = 12.1204% / 4 ie = 3.0301% trimestral (0.030301) n = 1 año	m = 12 ie = 12% / 12 ie = 1% mensual (0.01) n = 1 año

e = (1+ie)nm -1 e = (1+.030301)1x4 -1 e = (1.030301)4 -1 e = (1.126825) -1 e = 0.126825	e = (1+ie)nm -1 e = (1+.01)1x12 -1 e = (1.01)12 -1 e = (1.126825) -1 e = 0.126825
***e* = 12.6825% anual**	***e* = 12.6825% anual**

Ambas tasas efectivas son de 12.6825%
por lo tanto, aunque son tasas nominales diferentes, en realidad son
TASAS EQUIVALENTES

Ahora resuelve la actividad de aprendizaje 2.6

Actividad de Aprendizaje 2.6
Resuelve los siguientes ejercicios de tasas efectivas.

1. Determina la tasa efectiva que otorga una tasa del 68% anual capitalizable trimestralmente.
2. ¿Cuál es la tasa efectiva? Que se paga por un préstamo de 250,000 pesos pactado a una tasa del 16% anual capitalizable trimestralmente.
3. Determina la tasa efectiva que produce una tasa nominal del 30% anual, si se capitaliza bimestralmente.
4. Determina la tasa efectiva que produce una tasa nominal del 30% anual, si se capitaliza mensualmente.
5. Determina la tasa nominal, con capitalizaciones mensuales, que produce una tasa efectiva del 26.8242% anual

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 2.6

Nota: La siguiente lección es la Primera Autoevaluación, por lo que te recomiendo consultar e imprimir **el Anexo 3: Formulario de interés simple y compuesto.**

Lección 11

Bienvenido a la autoevaluación de Interés Simple e Interés Compuesto.

Instrucciones:

- Prepara 2 o 3 hojas, lápiz, pluma, goma, calculadora y tu formulario.
- La autoevaluación consta de 7 ejercicios para una puntuación total de 10 puntos.
- Resuelve cada ejercicio en las hojas.
- **Utiliza todos los decimales para los procedimientos de resolución.**
- **Tus resultados finales redondéalos a números enteros y 2 decimales**

Ejemplo:
- Si tu resultado fue: M= $321,456.7859
- Deberás dejarlo en: M= $321,456.79

Si estudiaste, ¡mucho éxito!
Si no estudiaste, ¡mucha suerte!

Dr. Francisco A. Piña Salazar

Primera Autoevaluación: Interés Simple y Compuesto

1. Si se tiene una inversión de $53,500.00 a 1 año, con una tasa de 15% anual simple. ¿De cuánto será el **interés generado por el interés**, si se considera la misma tasa con capitalizaciones mensuales? (Valor 2 puntos).

2. Se invierte $62,000.00 en una cuenta que paga 11.25% anual capitalizable bimestralmente. ¿Cuánto se tendrá en la cuenta después de 3 años? (Valor 1 punto).

3. ¿Cuál es **el valor de contado** de una maquinaria por la que se pagaron $137,840.00 después de 42 meses, si la tasa del crédito fue de 12.24% anual capitalizable mensualmente? (Valor 1 punto).

4. ¿En cuánto tiempo se convierten $40,000.00 en $60,585.43, si la tasa en la que se realiza la inversión es de 28% anual capitalizable mensualmente? (Valor 1 punto).

5. ¿A que **tasa anual** capitalizable bimestralmente deberé invertir $38,000 para obtener $54,465.23 al termino de tres años? (Valor 1 punto).

6. Determine la **tasa efectiva** de las tres opciones siguientes y diga cuál es la mejor para **pagar un crédito** a 1 año. (Valor 1 punto).

   a. 11.27% anual capitalizable bimestralmente.
   b. 11.50% anual capitalizable trimestralmente.
   c. 11.20% anual capitalizable mensualmente

7. Se adquirirá una maquinaria con cuatro pagos bimestrales de $25,000.00 c/u. Se decide renegociar la deuda y remplazarla con dos pagos trimestrales, el primero de $45,000.00. ¿De cuánto deberá ser el segundo pago, si la tasa vigente es de 24% anual capitalizable mensualmente? (Valor 3 puntos).

1. $575.37
2. $86,618.15
3. $90,004.86
4. 18 meses o 1.5 años
5. 12.12% anual
6. Opción C (e = 11.79%)
7. X = $54,345.65

Unidad 3
Anualidades

Objetivos de aprendizaje:

Al finalizar esta unidad, el lector será capaz de:

- Definir el concepto de anualidad y sus características principales: renta, plazo, periodo de pago, valor presente y valor futuro.
- Calcular el valor presente y el valor futuro de una anualidad simple ordinaria según la renta, la tasa y el plazo.
- Calcular el valor presente y el valor futuro de una anualidad simple anticipada según la renta, la tasa y el plazo.
- Aplicar el caso general de las anualidades para resolver problemas financieros.

Tema 3.- Anualidades

Lección 12

3.1 Conceptos básicos y tipos de anualidades.

Conceptos básicos.

El concepto de **anualidad** se refiere a **un conjunto de pagos iguales que se efectúan con la misma frecuencia** de tiempo. Este término se usa por tradición, ya que no necesariamente se trata de un conjunto de pagos anuales, estos pueden ser semanales, mensuales, bimestrales, etc.

Ejemplos:

- La renta mensual de una casa, departamento o local comercial.
- Las mensualidades para pagar un crédito (Automotriz o hipotecario).
- La mensualidad de Netflix o Spotify.

Si analizamos estos ejemplos, todos representan ***un conjunto de pagos iguales, que se efectúan con la misma frecuencia (periodo de tiempo).***

Pero antes, algunos conceptos importantes:

Periodo de pago: Se denomina periodo de pago al intervalo de tiempo que transcurre entre un pago y otro (que puede ser semanal, quincenal, mensual, etc.

Renta: La renta es la cantidad, constante y regular que se paga. Es el importe de cada pago.

Tipos de anualidades (clasificación).

Existen muchas formas de clasificar las anualidades, pero las 2 más comunes son:

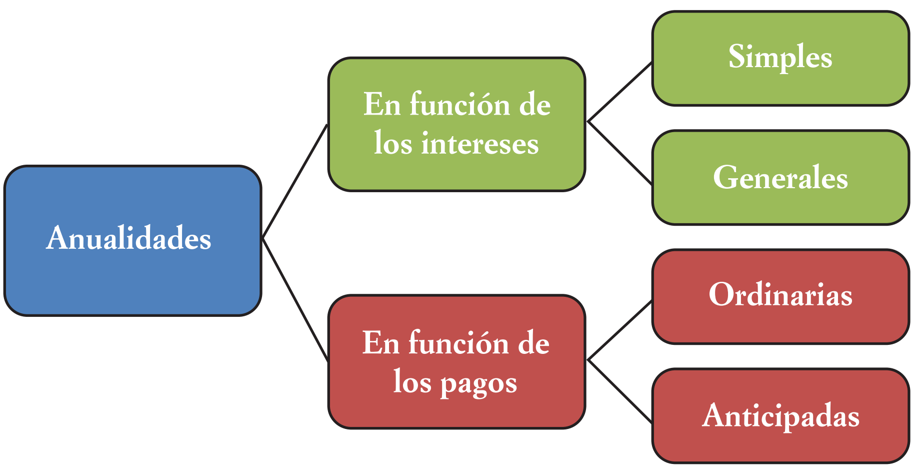
- En función de los intereses y
- En función de los pagos.

En función de los intereses se van a clasificar en:

- Anualidades Simples y
- Anualidades Generales

En función de los pagos, se van a clasificar en:

- Anualidades Ordinarias (o vencidas) y
- Anualidades Anticipadas.



Ahora definamos cada uno de estos tipos:

Anualidades Simples: Son aquellas en las que el periodo de pago coincide con el periodo de capitalización de los intereses.

Ejemplo: El pago de una renta mensual con intereses del 12% anual capitalizable mensualmente.

Como se puede observar el periodo de pago, coincide con el periodo de capitalización, ambos son mensuales, por lo tanto, estamos ante una anualidad de tipo simple.

Anualidades Generales: Son aquellas en las que el periodo de pago no coincide con el período de capitalización de los intereses.

Ejemplo: El pago de una renta bimestral con intereses del 12% anual capitalizable trimestralmente.

Como se puede observar el periodo de pago (bimestral), no coincide con el periodo de capitalización (trimestral) por lo tanto, estamos ante una anualidad de tipo general.

Anualidades Ordinarias: También conocidas como anualidades vencidas, son aquellas en las que la fecha de pago se encuentra **al final de cada periodo.**

Ejemplo: En el caso de una renta mensual ordinaria, los pagos se realizan al final de cada mes.

Anualidades Anticipadas: Son aquellas en las que los pagos se realizan **al inicio de cada periodo**.

Ejemplo: En el caso de una renta mensual, los pagos se realizarían al inicio de cada mes.

Material 3.1 sin actividad de aprendizaje.

3.2 Anualidades Simples y Ordinarias (ASO)

Este tipo de anualidades tendrán las siguientes características:

• Si decimos que son simples, entonces el periodo de pago coincide con el periodo de capitalización.
• Si además también son ordinarias, el pago se realiza al final de cada periodo.

Monto o valor futuro de una anualidad simple y ordinaria

Ejemplo:

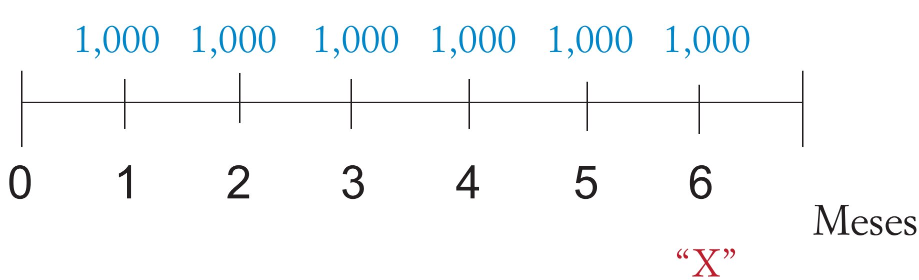
¿Qué cantidad se acumulará en un semestre, si depositamos \$1,000 pesos al final de cada mes en una cuenta que paga el \$36% anual capitalizable mensualmente.

Aunque no lo crean, con las herramientas que hemos visto hasta el momento, ustedes tienen los conocimientos necesarios para dar respuesta a este ejercicio.

Intenta resolver el ejercicio.

Consejo: Recuerda que cuando no entendemos un ejercicio resulta muy útil representarlo de forma gráfica:

¿Ya lograste resolverlo?



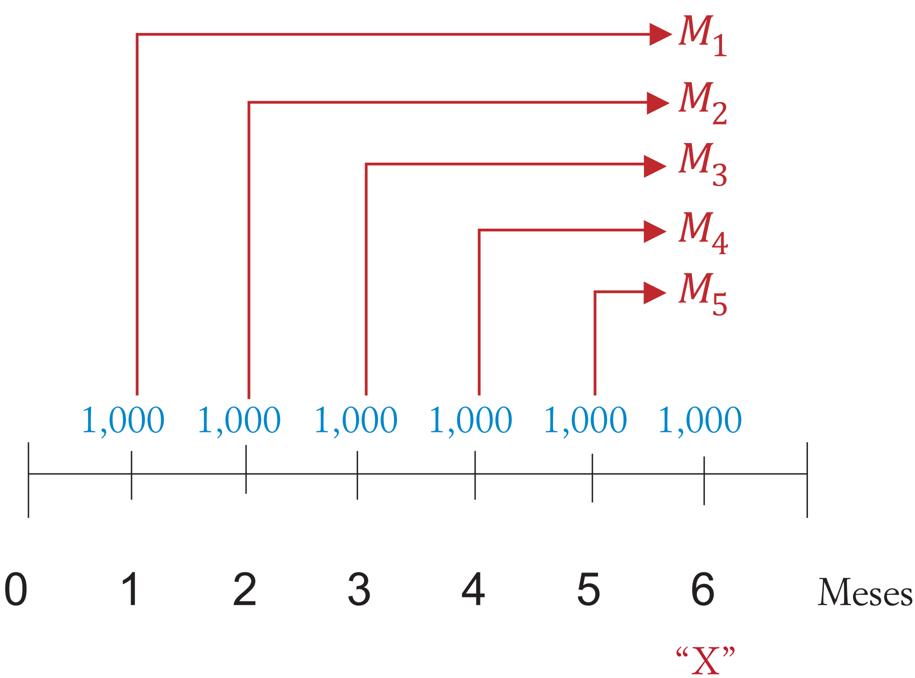
El resultado al que debiste haber llegado es de $6,468.41 pesos.

¿Sí? ¡Muy bien!

¿No? Observa la solución.

Como la pregunta es “¿qué cantidad se acumulará en un semestre?”, quiere decir que debemos conocer la cantidad que tendremos en seis meses; por lo tanto, nuestra incógnita se ubica en el mes número 6. Si resolvemos el ejercicio como una ecuación de valor, entonces el sexto mes se convierte en la fecha focal y debemos llevar todas las cantidades (seis depósitos de $1,000 pesos) a esa fecha.

Ésta es la forma de resolver este ejercicio con las herramientas que conocemos hasta el momento, pero imagina que la operación en lugar



Identificar datos	Resolución del problema
i=36% anual m=12 ie= 36/12=3 %mensual	Observa (en la grafica anterior) que el sexto depósito ya se encuentra en la fecha focal, por lo que no es necesario moverlo, pero sigue formando parte de la ecuación, que queda de la forma siguiente: $M_1+M_2+M_3+M_4+M_5+1{,}000 = X$ $M_1=1{,}000\ (1.03)^5$ $M_1=1{,}000\ (1.1592740743)$ $M_1= 1{,}159.27$ $M_2=1{,}000\ (1.03)^4$ $M_2=1{,}000\ (1.12550881)$ $M_2= 1{,}125.51$ $M_3=1{,}000\ (1.03)^3$ $M_3=1{,}000\ (1.092727)$ $M_3= 1{,}092.73$ $M_4=1{,}000\ (1.03)^2$ $M_4=1{,}000\ (1.0609)$ $M_4= 1{,}060.90$ $M_5=1{,}000\ (1.03)^1$ $M_5= 1{,}030$ 1,159.27+1,125.51+1,092.73+1,060.90+1,030+1,000=6,468.41 $X = 6{,}468.41$

de durar 6 meses dura 2 años; con este método, tendremos que calcular 24 montos para conocer el resultado. Debe existir una forma más fácil de resolver el problema.

Esto nos lleva a nuestra fórmula # 1 de las anualidades simples y ordinarias:

Fórmula del Monto o Valor Futuro de una ASO

Donde el único nuevo elemento que tenemos es:

R= Renta o Pago Periódico

$$M = R\left[\frac{(1+ie)^{nm}-1}{ie}\right]$$

Ahora, resolvamos el ejemplo anterior con esta fórmula:

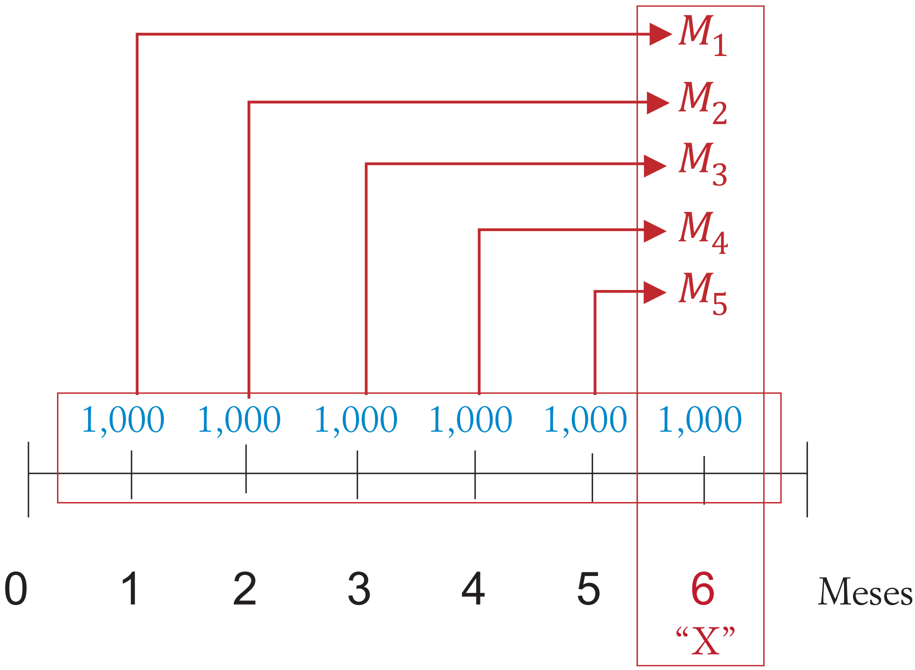
Identificar datos	Sustituimos los datos en nuestra fórmula:
R=1,000 mensuales i=36% anual, capitalizable mensualmente m=12 ie=(36%)/12= 3% mensual n=0.5 años (6 meses o ½ año) M= ¿?	M=R[((1+ie)^{nm}-1)/ie] M=1,000[((1+0.03)$^{(0.5)(12)}$-1)/0.03]= M=1,000[((1.03)^{6} -1)/0.03] M=1,000[((1.194052297)-1)/.03] M=1,000[((0.194052297))/.03] M=1,000[6.468409884] M=6,468.4098 M=6,468.41

¿Prefieres el video?
https://youtu.be/9QJsZlCfzM4

Como podemos observar, llegamos al mismo resultado $6,468.41 pesos. La pregunta natural que muchos alumnos me hacen es: ¿Por qué no nos dio la fórmula desde el inicio?

Y la respuesta es: Si les hubiera dado la fórmula al inicio, para mí sería muy difícil explicarte qué hace la fórmula, pero ahora tu acabas de comprobar que lo que hace es mover todo un *conjunto de pagos iguales* (anualidad) a la fecha en donde se realiza el último pago:

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 3.2.1



Actividad de Aprendizaje 3.2.1

1. ¿Qué cantidad se reunirá en un año, si depositamos $500.00 pesos al final de cada mes en una cuenta que paga 66% anual capitalizable mensualmente.

2. ¿Cuál será el monto que reuniremos, si depositamos $2,000.00 pesos al final de cada semestre, durante cuatro años y medio, en una cuenta que paga una tasa de 48% anual capitalizable semestralmente?

3. ¿Qué cantidad se reunirá al término de tres años, si depositamos $1,250.00 pesos al final de cada bimestre, en una cuenta que paga 19.36% anual capitalizable bimestralmente?

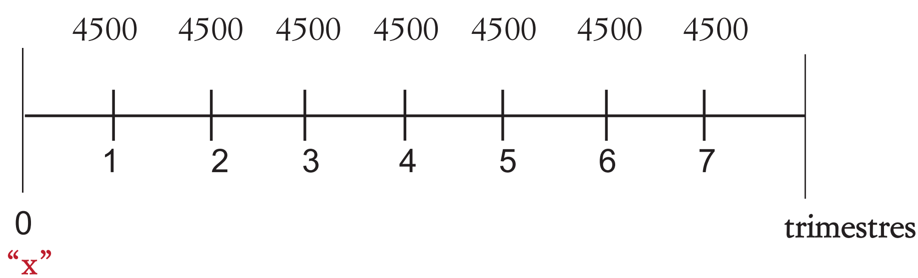
Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 3.2.1

Capital o Valor Actual de una ASO

Ejemplo:

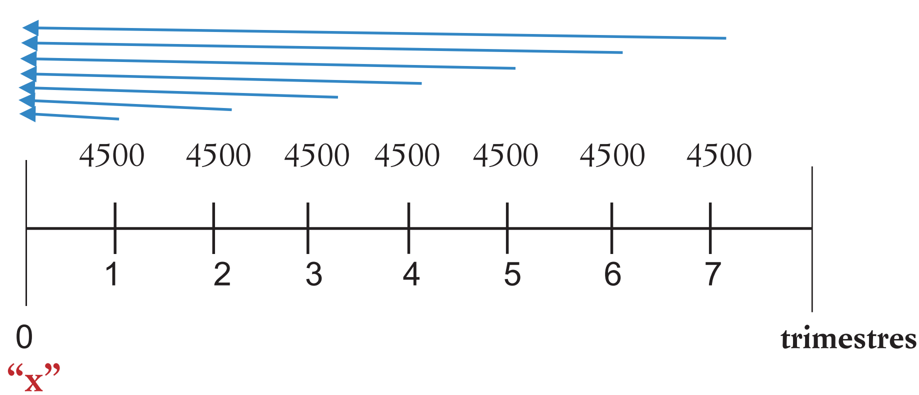
¿Cuál es el valor actual de una renta trimestral de 4,500.00 pesos, depositados al final de cada uno de siete trimestres, si la tasa de interés es de 9% trimestral?

Si se representa el ejercicio de forma gráfica tenemos:



Como la pregunta es "¿cuál es el valor actual?", entonces la incógnita se encuentra en la fecha cero, que representa el día de hoy.

Por lo tanto, el ejercicio se resuelve si se regresa cada uno de los pagos a la fecha 0, es decir, al calcular siete capitales.



La ecuación, entonces, queda de la forma siguiente:

$C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 + C_7 = X$

Al igual que cuando vimos el ejercicio del Monto, debe existir una forma más fácil para mover todos los pagos al mismo tiempo, en lugar de hacerlo uno por uno.

Esa forma es nuestra fórmula # 2 de las anualidades simples y ordinarias:

Fórmula del capital de ASO

$$C = R\left[\frac{1-(1+ie)^{-nm}}{ie}\right]$$

Ahora resolvamos nuestro ejemplo, con nuestra fórmula # 2:

Identificación de datos	Resolución del problema
R=4,500 ie= 9% trimestral m=4 n= 1.75 años (7 trimestres equivalen a 1.75 años) C=¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm})/ie]$ $C=4,500[(1-(1+.09)^{-(1.75)(4)})/.09]$ $C=4,500[(1-(1.09)^{-7})/.09]$ $C=4,500[(1-(0.547034245))/.09]$ $C=4,500[0.452965755/.09]$ $C=4,500[5.032952835]$ $C=22,648.28776$ C=$22,648.29

¿Prefieres el video?
https://youtu.be/3xDuwKRdOIw

Si deseas comprobar el resultado anterior, puedes calcular los siete capitales y sustituirlos en la ecuación: $C_1+ C_2+ C_3+ C_4+ C_5+ C_6+ C_7 = X$ para verificar que llegamos al mismo resultado de $22,648.29 pesos.

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 3.2.2

Actividad de Aprendizaje 3.2.2

1. ¿Cuál es el valor actual de un artículo que se adquirirá mediante pagos de $1,000.00 pesos al final de cada trimestre durante cinco años, si la tasa de interés es de 4% trimestral?

2. ¿Cuál es el valor de contado de un artículo adquirido mediante 52 pagos semanales vencidos de $240.00 pesos cada uno, si la tasa de interés es de 15% anual capitalizable semanalmente?

3. ¿Cuál es el valor de contado de un artículo adquirido mediante pagos semanales vencidos durante dos años a una tasa de 48% anual capitalizable semanalmente si los pagos son de $250.00 pesos?

4. ¿Cuál es el valor de contado de un automóvil adquirido con pagos mensuales de $4,200.00 pesos durante cuatro años a una tasa de interés de 12.12% anual capitalizable mensualmente?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 3.2.2

Tema 3. Anualidades

Lección 13

3.2 Anualidades Simples y Ordinarias (ASO)

Continuamos con el tema de Anualidades Simples y Ordinarias (ASO). En el material anterior, vimos las dos primeras fórmulas:

1. Monto (valor futuro)
2. Capital (valor actual)

Ahora veremos las fórmulas 3 y 4 de las ASO que se utilizan para calcular la renta:

3. Renta en función de un Capital
4. Renta en función de un Monto

Renta de una ASO

Recordemos que la renta es el pago periódico e igual que se realiza.

Existen dos formas de calcular la renta:

- Renta en función de un valor presente o actual (Capital)
- Renta en función de un valor futuro (Monto)

Fórmula de la Renta en función de un Capital

$$R=\frac{C(ie)}{1-(1+ie)^{-nm}}$$

Ejemplos:

1. Una persona adquiere a crédito una computadora que tiene un precio de contado de $19,750.00 pesos, y acuerda pagarla con cuatro mensualidades iguales. ¿Qué importe tendrá que pagar al final de cada mes, si la tasa de interés es del 1.8% mensual?

Primero identificamos los datos del ejercicio	Ahora sustituimos los datos en nuestra fórmula # 3 para resolver el problema
R= ¿? C= 19,750 (valor actual)[1] ie= 1.8% mensual m= 12 n= 4 meses se representa como 4/12 años[2] Resulta conveniente dejar n=4/12 en fracción, y no en decimales para que, al multiplicarlo por m, los 12 se anulen: nm= (4/<u>12</u>)(<u>12</u>)=4	$R=(C\ (ie))/(1 - (1 + ie)^{-nm})$ $R= (19{,}750\ (.018))/(1-(1 + .018)^{-(4/12)(12)})$ $R= 355.5/(1- (1.018)^{-4})$ $R= 355.5/(1 - 0.93112693)$ $R= 355.5/0.0688730689$ R=$5,161.67

Para una explicación más detallada, ve el siguiente video:
https://youtu.be/NrerBufalzY

Observa que:

Cuando compramos algo de contado, lo pagamos en el momento, es decir, el día de hoy, lo que se representa como la fecha 0. Por lo tanto, representa un Capital. De esta forma, valor de contado, valor presente o valor actual son sinónimos de capital.

No olvides que n representa el tiempo expresado en años; por lo tanto, si pusiéramos que n=4, estaríamos diciendo que la operación duró 4 años, lo que sería un error. Para calcular a cuántos años equivalen cuatro meses, hacemos la regla de 3:

Años	Meses
1	12
x	4

X = (4 x 1) / 12 = 4x1/12=4/12

Fórmula de la Renta en función de un Monto

$$R=\frac{M(ie)}{(1+ie)^{nm}-1}$$

2. ¿Cuánto se debe invertir al final de cada mes durante siete años en una cuenta que paga 13.5% anual capitalizable mensualmente, si deseamos reunir $100,000.00 pesos al final del plazo?

Primero identificamos los datos del ejercicio	**Ahora sustituimos los datos en nuestra fórmula # 4 para resolver el problema**
M= 100,000 (Valor futuro)[1] i= 13.5% anual m= 12 ie= (13.5%)/12=1.125% mensual n= 7 años R= ¿?	$R=(M\ (ie))/((1+ie)^{nm}-1))$ $R=(100{,}000\ (.01125))/((1+.01125)^{(7)(12)})-1)$ $R=1{,}125/((1.01125)^{84}-1)$ $R=1{,}125/(2.559274728-1)$ $R=1{,}125/1.559274728$ R=$721.49

Para una explicación más detallada, ve el siguiente video: https://youtu.be/F35GUQ5-u1U

Observa que:

Los $100,000 pesos están ubicados en el tiempo al final de los siete años; por lo tanto, expresan un valor futuro que identificamos como Monto.

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 3.2.3

Actividad de Aprendizaje 3.2.3

1. Una persona debe pagar $3,000.00 pesos dentro de un año. ¿Cuánto tendrá que pagar al final de cada mes para sustituir el pago anual, si se considera una tasa vigente de 25% anual capitalizable mensualmente?

2. ¿Cuánto debe pagar una persona al final de cada mes si adquiere una maquinaria con un valor de contado de $175,000.00 pesos, y acuerda pagarla en cuatro mensualidades iguales con intereses de 4% mensual?

3. Una persona debe pagar $60,000.00 pesos dentro de un año. ¿Cuánto tendrá que pagar al final de cada mes para sustituir el pago anual, si se considera una tasa de 25% anual capitalizable mensualmente?

4. El día de hoy se obtiene un crédito por $500,000.00 pesos a pagarse dentro de tres años a una tasa de 12% anual capitalizable mensualmente.

a. ¿Cuál es el monto que tendremos que pagar dentro de 3 años?
b. Si se decide invertir en el banco una cantidad X al finalizar cada tres meses, con el objeto de que a los tres años el dinero acumulado en el banco liquide el préstamo obtenido, ¿de qué importe será el depósito trimestral si el banco está pagando 10% anual capitalizable trimestralmente?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 3.2.3

Tema 3. Anualidades

Lección 14

3.3 Anualidades Simples Anticipadas (ASA)

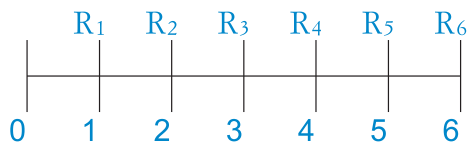
Este tipo de anualidades tendrán las siguientes características:

•Si decimos que son simples, entonces el periodo de pago coincide con el periodo de capitalización.
•Si además también son anticipadas, el pago se realiza al inicio de cada periodo.

Para entender claramente la diferencia entre las Anualidades Simples Ordinarias (ASO) y las Anualidades Simples Anticipadas (ASA), resulta conveniente representar de forma gráfica ambos esquemas y compararlos.

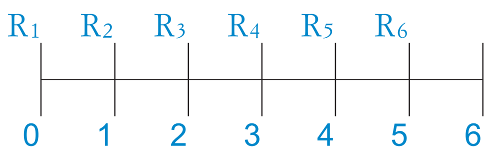
En las Anualidades Simples Ordinarias, los pagos se realizan al final de cada periodo; por lo tanto, una anualidad de seis pagos se representaría de la forma siguiente:

ASO



En las Anualidades Simples Anticipadas, los pagos se realizan al inicio de cada periodo; por lo tanto, una anualidad de seis pagos se representaría de la forma siguiente:

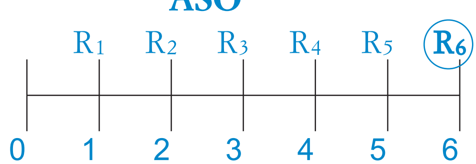
ASA



Además de que los pagos se realizan al final o al inicio de cada periodo, **¿qué otra diferencia encuentras?**
Compara con atención ambos esquemas y **observa el último pago**.

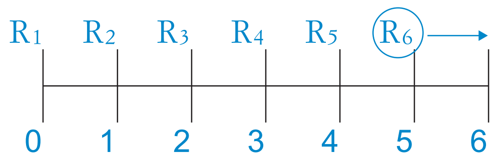
En el caso de las ASO, el último depósito está situado en la fecha cuando concluye la operación financiera (periodo 6). Por lo que, si habláramos de una inversión, este último depósito ya no alcanza a generar intereses.

ASO



Mientras que en el caso de las ASA, el último depósito está situado al inicio del último periodo (periodo 5). Sin embargo, la operación concluye hasta el periodo 6. Por lo que este último depósito todavía alcanza a generar intereses por un periodo.

ASA



De lo anterior, y como consecuencia de que los pagos sean al inicio y no al final de cada periodo, **la diferencia entre las ASA y las ASO son los intereses de un periodo** de capitalización.

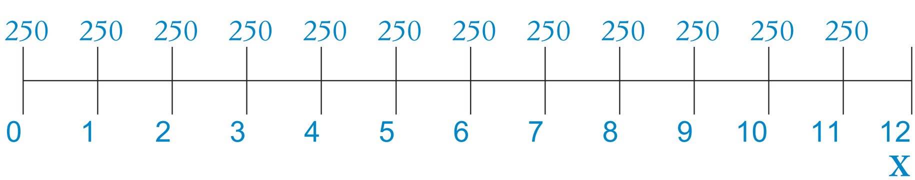
Ya que en las ASA *todos los depósitos*, desde el primero hasta el último, *generan intereses*.

Ahora, veremos nuestra fórmula # 1 de las anualidades simples y anticipadas.

Monto o valor futuro de un ASA

Ejemplo:
Una persona deposita en una cuenta de ahorros \$250.00 pesos al inicio de cada mes. Si la cuenta paga una tasa de interés de 1.3 % mensual, ¿qué cantidad se tendrá al término de un año?

Si representamos nuestro ejercicio de forma gráfica obtenemos el siguiente esquema:



Y nuestra incógnita estaría situada en el mes 12, en el que concluye el año. ¿Cómo se te ocurre que podemos resolver el ejercicio?

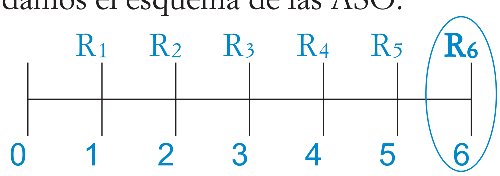
Podemos resolverlo como una ecuación de valor, calcular 12 montos y sumarlos para obtener el valor de X.

También podemos utilizar la fórmula del Monto de las ASO para mover todo el conjunto de pagos:

Identificar datos	Resolución del problema
R= 250 ie=1.3% mensual m= 12 n= 1 años M= ¿?	$M=R[((1+ie)^{nm}-1)/ie]$ $M=250[((1+.013)^{(1)(12)})-1)/.013]$ $M=250[((1.013)^{(12)}-1)/.013]$ $M=250[(1.167651776 - 1)/.013]$ $M=250[.167651776/.013]$ $M=250[12.89629048]$ $M= 3,224.0726$ $M=\$3,224.07$

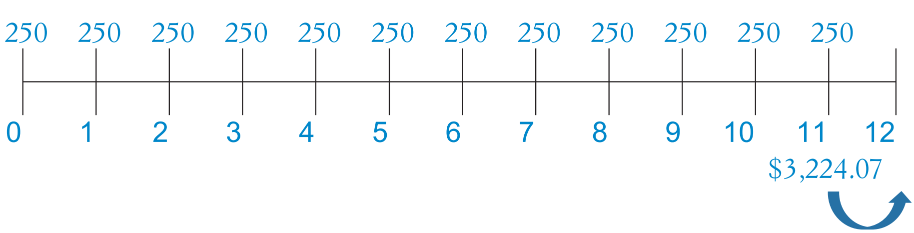
¿Éste es el resultado final?

No, si recordamos el esquema de las ASO:



Estas anualidades terminan en la fecha en que se realiza el último pago; por lo tanto, si nosotros aplicamos la fórmula del Monto de este tipo de anualidades, el resultado que obtenemos es el valor futuro de todos los pagos en la fecha en que se realiza el último depósito.

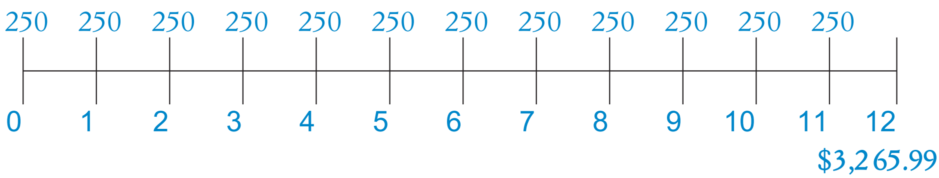
En nuestro ejemplo, entonces, los $3,224.07 estarían ubicados en el mes 11, fecha en que se realiza el último depósito. Sin embargo, nuestra incógnita está ubicada en el mes 12, cuando concluye el año.



Por lo tanto, para concluir el ejercicio correctamente debemos desplazar los $3,224.07 pesos un periodo hacia adelante:

$$3{,}224.07(1.013)^1 =$$
$$3{,}224.07(1.013)=$$
$$3{,}265.9855=$$
$$\$3{,}265.99$$

Éste es el resultado final, pues se encuentra en el mes 12.



Si analizamos el procedimiento que seguimos para resolver el problema, se puede resumir en dos pasos:

1. Aplicamos la fórmula del Monto de las ASO
   $M=[R\,((1+ie)^{nm}-1)/ie]$
2. El resultado obtenido lo multiplicamos por $(1+ie)$

Por lo tanto, una primera versión de nuestra fórmula podría ser:

$$M=[R\,((1+ie)^{nm}-1)/ie](1+ie)$$

Esta fórmula se puede reexpresar de la siguiente manera:

Fórmula del Monto de una ASA

$$M=R\left[\frac{(1+ie)^{nm+1}-1}{ie}-1\right]$$

Comprobemos que, con esta nueva expresión, llegamos al mismo resultado ya obtenido:

Identificar datos	Resolución del problema
R= 250 ie= 1.3% mensual (0.013) n= 1 año m= 12 M= ¿?	$M=R[((1+ie)^{nm+1}-1)/ie-1]$ $M=250\ [((1+.013)^{(1)(12)m+1}-1)/.013\ \ -1]$ $M=250[((1.013)^{13}-1\ )/.013\ \ -1]$ $M=250[(1.182831249-1)/0.013\ \ -1]$ $M=250[0.182831249/0.013\ \ -1]$ $M=250[14.06394226\ -1]$ $M=250[13.06394226]$ $M=3,265.9855$ M=$3,265.99 **¡Mismo resultado que ya habíamos obtenido!**

Para una explicación más detallada, ve el siguiente video https://youtu.be/YitYlSaO9xA

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 3.3.1

Actividad de Aprendizaje 3.3.1

1. Encuentra el valor futuro de seis pagos semestrales anticipados de $14,500.00 pesos, cada uno, si la tasa de interés es de 19% anual capitalizable semestralmente.

2. Si se invierte $5,000.00 pesos al inicio de cada tres meses. ¿Qué cantidad se tendrá al término de dos años, si la tasa de interés es de 24% anual capitalizable trimestralmente?

3. Encuentra el valor futuro de una renta bimestral de $3,500.00 pesos, si los pagos son anticipados a un plazo de tres años con una tasa de interés de 2% bimestral.

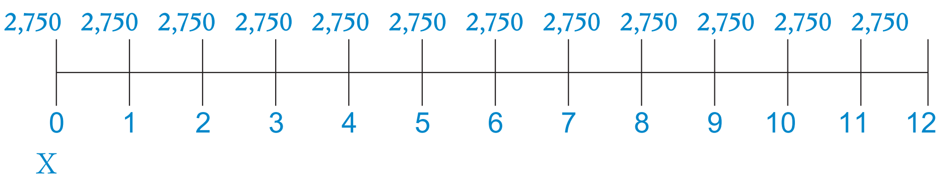
Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 3.3.1

Capital o valor actual de una A.S.A

Ejemplo:

Un comerciante alquila un local para su negocio y acuerda pagar $2,750.00 pesos de renta al inicio de cada mes. Como desearía librarse del compromiso mensual, decide proponer una renta anual equivalente y también anticipada. Si se calculan los intereses a 15.6% anual capitalizable mensualmente, ¿de cuánto tendrá que ser el pago anual anticipado?

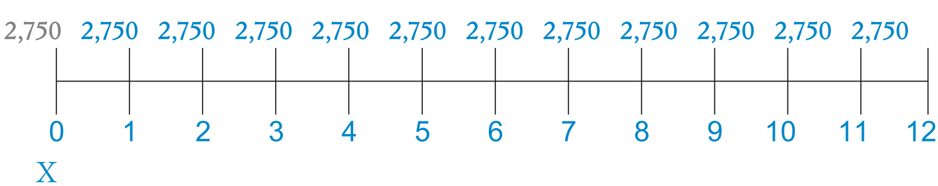
Si representamos nuestro ejemplo de forma gráfica, quedaría de la forma siguiente:



Como el pago que queremos calcular es anual, entonces debe ser equivalente a los 12 pagos mensuales y como también es anticipado significa que se debe pagar al inicio del año; por lo tanto, nuestra incógnita se ubica en la fecha 0, al inicio del año.

De esta forma, nuestro ejercicio se resuelve al calcular el valor actual o presente (que identificamos como Capital) de los 12 pagos mensuales.

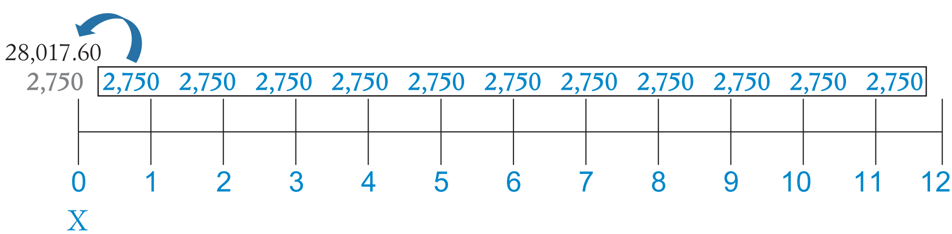
Para regresar los pagos a la fecha 0, realizaremos lo siguiente: momentáneamente, borraremos el primer pago ubicado en la fecha 0:



De esta forma, nos queda un conjunto de 11 pagos mensuales con estructura de ordinarios, por lo que podemos utilizar nuestra fórmula del Capital de las ASO, para regresar esos 11 pagos a la fecha 0:

Identificar datos	Resolución del problema
R=2,750 i= 15.6% anual m=12 ie= (15.6%)/12= 1.3% mensual n= 11/12 (solo vamos a regresar **11** pagos mensuales) C=¿? (valor actual)	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm})/ie]$ $C=2,750[(1-(1+.013)^{-(11/12)(12)})/.013]$ $C=2,750[(1-(1.013)^{-11})/.013]$ $C=2,750[(1-(0.86755317))/.013]$ $C=2,750[0.13244683/.013]$ $C=2,750[10.18821769]$ $C=28,017.5986$ $C=\$28,017.60$

Como la fórmula que utilizamos es la del Capital de ASO, este resultado ya se encuentra en la fecha 0. Por lo que es el valor actual de los 11 pagos mensuales:



Finalmente, como el valor actual de los 11 pagos ($28,017.60) y el primer pago mensual ($2,750) ambos están en la fecha 0, pueden sumarse para obtener el valor actual de los 12 pagos mensuales:

$28,017.60 + $2,750.00 = **$30,767.60**

Si analizamos el procedimiento que seguimos para resolver el problema, se puede resumir en dos pasos:

1. Aplicamos la fórmula del Capital de las ASO para regresar todos los pagos excepto el primero, por lo que, en lugar de elevar a la -nm, elevamos a la -nm+1 (como nm es negativo, para quitarle una unidad, debemos sumarle uno):
$$C=[R\ (1-(1+ie)^{-nm+1})/ie]$$

2. Al resultado obtenido le sumamos el valor de una renta. Por lo tanto, una primera versión de nuestra fórmula podría ser:
$$C=[R\ (1-(1+ie)^{-nm+1})/ie]+R$$

Esta fórmula se puede reexpresar de la forma siguiente:

Fórmula del Capital de una ASA

$$C=R\left[\frac{1-(1+ie)^{-nm+1}}{ie}+1\right]$$

Comprobemos que, con esta nueva expresión, llegamos al mismo resultado ya obtenido:

Identificar datos	Resolución del problema
R=2,750 i= 15.6% anual m=12 ie= (15.6%)/12= 1.3% mensual n= 1 año C=¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie+1]$ $C=2{,}750[(1-(1+.013)^{-(1)(12)+1})/.013+1]$ $C=2{,}750[(1-(1.013)^{-12+1})/.013+1]$ $C=2{,}750[(1-(1.013)^{-11})/.013+1]$ C=2,750[(1-0.86755317)/.013+1] C=2,750[0.13244683/.013+1] C=2,750[10.18821769 + 1] C=2,750[11.18821769] C=30,767.5986 C=$30,767.60 **¡Mismo resultado que ya habíamos obtenido!**

Para una explicación más detallada, ve el siguiente video: https://youtu.be/l-LKZAmg0Tg

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 3.3.2

Actividad de Aprendizaje 3.3.2

1. ¿Cuál es el valor de contado? De un artículo adquirido mediante pagos semanales anticipados de $100.00 pesos, durante dos años, si la tasa de interés fue de 1% semanal.
2. Calcula el valor actual de una renta bimestral anticipada de $1,500.00 pesos. Si la tasa de interés es de 18% anual capitalizable bimestralmente y el compromiso es por dos años.
3. Calcula el valor actual de nueve pagos bimestrales de $500.00 pesos con intereses de 5.28% bimestral:

a) Si los pagos son anticipados
b) Si los pagos son vencidos (ordinarios)
c) Determina y explica la diferencia entre el a) y el b)

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 3.3.2

Tema 3.- Anualidades

Lección 15

3.3 Anualidades Simples Anticipadas (ASA)

Continuamos con el tema de Anualidades Simples y Anticipadas (ASA), en la sesión anterior, vimos las dos primeras fórmulas:

1. Monto (valor futuro)
2. Capital (valor actual)

El día de hoy veremos las fórmulas 3 y 4 de las ASA que se utilizan para calcular la renta:

3. Renta en función de un Capital
4. Renta en función de un Monto

Renta de una ASA

Recordemos que la renta es el pago periódico e igual que se realiza.

Al igual que en las Anualidades Simples Ordinarias, en las Anualidades Simples Anticipadas también existen 2 formas de calcular la renta:

- Renta en función de un valor presente (Capital)
- Renta en función de un valor futuro (Monto)

Fórmula de la Renta en función de un Capital

$$R=\frac{C}{\left[\frac{1-(1+ie)^{-nm+1}}{ie}+1\right]}$$

Ejemplo 1:

En una tienda se vende un artículo por $1,800.00 de contado o mediante cinco pagos mensuales anticipados con intereses de 32.4% anual capitalizable mensualmente. Calcula el valor de cada pago.

Identificar datos	Resolución del problema
C= 1,800 i= 32.4% anual m= 12 ie= (32.4%)/12 = 2.7% mensual n=5/12 años (5 meses) R= ¿?	R=C/[(1 – (1+ie)$^{-nm+1}$)/ie+1] R= 1,800/([(1 -(1 + .027)$^{-(5/12)(12)+1}$)/.027+1]) R= 1,800/([(1 -(1 .027)$^{-5+1}$)/.027+1]) R= 1,800/([(1 -(1 .027)$^{-4}$)/.027+1]) R=1,800/([(1 - 0.89891416)/.027+1]) R=1,800/([0.10108584/.027+1]) R=1,800/(3.74391w969+1) R=1,800/4.74391969 R=379.4330 R= $379.43

Para una explicación más detallada, ve el siguiente video:
https://youtu.be/6WvPHlUgTN0

Fórmula de la renta en función de un Monto.

$$R=\frac{M}{\left[\frac{(1+ie)^{nm+1}-1}{ie}-1\right]}$$

Ejemplo 2:

Una persona desea juntar $90,000.00 pesos dentro de dos años. Para reunir esta cantidad decide realizar depósitos, al inicio de cada bimestre, en una cuenta que paga el 4.2% bimestral. ¿De qué importe deberán ser los depósitos?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 90,000 ie= 4.2% bimestral m= 6 n= 2 años R= ¿?	R=M/[((1 + ie) $^{nm+1}$-1)/ie - 1] R=90,000/([((1 + .042)$^{(2)(6)+1}$ - 1)/.042 - 1]) R=90,000/([((1.042)$^{(13)}$- 1)/.042- 1]) R=90,000/([(1.70718405- 1)/.042- 1]) R=90,000/([0.70718405/.042- 1]) R=90,000/(16.8377156-1) R=90,000/15.8377156 R=5,682.6376 R=$5,682.64

Para una explicación más detallada, ve el siguiente video:
https://youtu.be/A2a3umVABfY

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 3.3.3

Actividad de Aprendizaje 3.3.3

1. Deseamos reunir, en 3 años, $250,000.00 pesos. ¿Cuánto debemos depositar al inicio de cada mes en una cuenta que paga 8% anual capitalizable mensualmente para reunir dicha cantidad?
2. Una pantalla tiene un precio de contado de $14,999.00 pesos. Si se compra a crédito con pagos mensuales anticipados a una tasa de 18% anual capitalizable mensualmente, ¿de qué importe serán las mensualidades que tendremos que pagar durante 2 años?
3. En un año queremos ahorrar $100,000.00 pesos, en una cuenta que paga 6% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto tendremos que depositar al inicio de cada mes para cumplir nuestra meta?
4. Obtenemos un crédito hipotecario por $1,200,000, a un plazo de 15 años y tasa de interés del 10.49% anual capitalizable mensualmente. Determina el importe de las mensualidades que tendremos que pagar al inicio de cada mes.

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 3.3.3

Tema 3. Anualidades

Lección 16

3.4 Ejercicios de Repaso

En esta lección realizaremos **ejercicios de repaso de las anualidades.**

Hasta el momento, hemos trabajado de la forma siguiente:

Vemos una fórmula y resolvemos ejercicios que corresponden a dicha fórmula. Es decir, vimos la formula del Monto de Anualidades Simples Ordinarias y resolvimos ejercicios sólo de esa fórmula; después, vimos las fórmulas de la Renta de Anualidades Simples Ordinarias y sólo resolvimos ejercicios de ese tema.

En esta sección, veremos diferentes ejercicios de anualidades (ASA y ASO) combinados. El objetivo es que aprendas a identificar las características de cada ejercicio para determinar la fórmula correcta para resolverlo.

Recuerda que el objetivo de esta obra no es hacer que te aprendas las fórmulas de memoria, sino que aprendas a utilizarlas correctamente.

Por esta razón, para resolver los ejercicios siguientes, se necesita que tengas a la mano **tu formulario** impreso, que se encuentra disponible en el apartado de Anexos.

Recomendaciones:

1. Leer con atención cada ejercicio.
2. Si el ejercicio no te queda claro, represéntalo de forma gráfica. Muchas veces cuando representamos el ejercicio en una gráfica de tiempo se puede entender mejor.
3. Identifica los datos del ejercicio, el tipo de anualidad, la incógnita y la fórmula correcta.
4. Sustituye los datos en la fórmula y resuelve.

Ejemplos:

1. ¿Cuál es la renta *semestral* **anticipada**, equivalente a una renta mensual *anticipada* de $660 pesos, si el interés es de 22.52% anual capitalizable mensualmente?

El ejercicio 1 debe analizarse como te explico en el siguiente video:
https://youtu.be/lMlZ0N8nVrQ

Después de ver el video, nos damos cuenta de que en realidad este ejercicio nos pide calcular un Capital de Anualidades Simples Anticipadas (ASA); por lo tanto, se resuelve así:

Identificar datos	Resolución del problema
R= 660 i= 22.52% anual m= 12 ie=1.876667% mensual n= 0.5 años C= ¿? de ASA	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie+1]$ $C=660[(1-(1+.018766667)^{-(.5)12)+1})/.018766667+1]$ $C=660[(1-(1.018766667)^{-6+1})/.018766667+1]$ $C=660[(1-(1.018766667)^{-5})/.018766667+1]$ $C=660[(1-0.9112265)/.018766667+1]$ $C=660[0.0887735/.018766667+1]$ $C=660[4.730379+1]$ $C=660[5.730379]$ $C=3{,}782.05$

2. ¿Cuál es la *renta anual* **ordinaria**, equivalente a una *renta mensual* **ordinaria** de $500 pesos, si la tasa de interés vigente es de 24% anual capitalizable mensualmente?

El ejercicio 2 debe analizarse como te explico en el siguiente video: https://youtu.be/J1smW-KJkpY

Después de ver el video, notamos que en realidad este ejercicio requiere calcular un Monto de Anualidades Simples Ordinarias (ASO); por lo tanto, se resuelve así:

Identificar datos	Resolución del problema
R= 500 i= 24% anual m= 12 ie=24%/12= 2% mens. n= 1 año M= ¿? de ASO	$M=R[((1+ie)^{nm}-1)/ie]$ $M=500[((1+.02)^{(1)(12)}-1)/.02]$ $M=500[((1.02)^{12}-1)/.02]$ $M=500[(1.26824179-1)/.02]$ $M=500[(0.26824179)/.02]$ $M=500[13.4120897]$ $M=6{,}706.04$

Ahora, resuelve la Actividad de Aprendizaje 3.4

Actividad de Aprendizaje 3.4

3. ¿Cuál es la *renta anual* **anticipada**, equivalente a una *renta bimestral* **ordinaria** de $2,000 pesos, si la tasa de interés es de 30% anual capitalizable bimestralmente?
Análisis del ejercicio 3: https://youtu.be/9R_7gH6BWeI

4. ¿Cuál es la *renta anual* **ordinaria**, equivalente a una *renta trimestral* **anticipada** de $6,000 pesos, si la tasa de interés es de 18% anual capitalizable trimestralmente?
Análisis del ejercicio 4: https://youtu.be/5Gb_Jdo3N0Y

5. Una persona ahorra $400 pesos al inicio de cada mes durante 5 años en una cuenta que paga 25.4% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá acumulado al término del plazo?

6. Para adquirir un departamento debemos obtener un crédito por $750.000 pesos con intereses de 16.8% de interés anual capitalizable mensualmente. ¿De cuánto serán las mensualidades que tendremos que pagar al final de cada mes para liquidar el crédito en 15 años?

7. Para comprar un auto, Nissan lanza un plan de autofinanciamiento que incluye un enganche de $27,000 pesos y 36 mensualidades anticipadas de $2,400 pesos. Si la tasa vigente es de 18% anual capitalizable mensualmente, ¿cuál es el valor de contado del automóvil?

8. Para adquirir un terreno con un valor de $300,000 pesos, obtenemos un crédito a pagar en cinco años con un interés de 24% anual capitalizable bimestralmente. ¿De cuánto será cada uno de los pagos si comenzamos a pagar al inicio de cada bimestre?

9. Se desea comprar un edificio que hace tres años tenía un valor de $10,000,000 pesos. La plusvalía en bienes raíces ha sido de 18%

anual capitalizable semestralmente. Se pretende adquirir el edificio pagando un enganche de 25% y el resto en 60 mensualidades. ¿De cuánto será el importe que se deberá pagar al finalizar cada mes si la tasa acordada es de 12% anual capitalizable mensualmente?

Plusvalía. Significa aumento de valor y es una característica de los bienes inmuebles.

10. ¿Cuál es la *renta anual* anticipada, equivalente a una *renta trimestral ordinaria* de 5,000 pesos, si la tasa de interés vigente es de 12% anual capitalizable trimestralmente?

11. ¿Cuál es la *renta anual ordinaria*, equivalente a una *renta mensual anticipada* de $1,500 pesos, si la tasa de interés es de 12% anual capitalizable mensualmente?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 3.4

Lección 17

3.5 El caso de las Anualidades Generales (AG)

Este tipo de anualidades tendrán las siguientes características:

•Si decimos que son anualidades generales, entonces el periodo de pago no coincide con el periodo de capitalización de los intereses.

Al igual que en las anualidades simples, existirán las anualidades:

•**Ordinarias**. Si, además, el pago se realiza al final de cada periodo.
•**Anticipadas**. Si, además, el pago se realiza al inicio de cada periodo.

Observa que:
Cualquier ejercicio de anualidades generales puede resolverse con las fórmulas de las anualidades simples. Para ello, lo único que hay que realizar primero es convertir el ejercicio de anualidad general a anualidad simple.

Es decir, transformar el ejercicio de uno, en el que los periodos de capitalización y los periodos de pago no coinciden, a uno en donde los periodos de capitalización coincidan con los periodos de pago.

Esto se logra si se encuentra la tasa equivalente con los periodos de capitalización que coinciden con los periodos de pago.

De esta forma convertimos la anualidad general en una anualidad simple y podemos resolverlo con las fórmulas ya vistas (ASO y ASA).

Ejemplo
Encuentra el monto o valor futuro de 4 pagos trimestrales vencidos de $5,000 pesos cada uno, si la tasa de interés es de 36% *anual capitalizable mensualmente.*

Análisis del ejercicio
Como podemos observar, el ejercicio plantea pagos trimestrales vencidos con una tasa capitalizable mensualmente. Por lo tanto, los periodos de capitalización no coinciden con los periodos de pago, es decir, que estamos ante una anualidad general.

La forma en la que podemos solucionar el ejercicio al realizar los siguientes pasos:

1. Encontrar la tasa equivalente con periodos de capitalización iguales a los periodos de pago para la tasa nominal del ejercicio.

a. Determinar la tasa efectiva para la tasa nominal del ejercicio.
b. Encontrar la tasa equivalente con periodos de capitalización iguales a los periodos de pago.

2. Resolver el ejercicio con la fórmula del Monto de las Anualidades Simples Ordinarias.

Solución del ejemplo
Encuentra el monto o valor futuro de 4 pagos trimestrales venci-

dos de $5,000 pesos cada uno, si la tasa de interés es de 36% *anual capitalizable mensualmente.*

1. Al encontrar la tasa equivalente con periodos de capitalización trimestrales para la tasa de 36% anual capitalizable mensualmente.

a. Determinar la tasa efectiva para la tasa nominal de 36% anual capitalizable mensualmente.

Identificar datos	Resolución del problema
m = 12 ie = 36% / 12 ie = 3% mensual (0.03) n = 1 año e = ¿?	$e = (1+ie)^{nm} - 1$ $e = (1+.03)^{1x12} - 1$ $e = (1.03)^{12} - 1$ $e = (1.42576089) - 1$ $e = 0.42576089$ e = 42.576089% anual

b. Encontrar la tasa equivalente con periodos de capitalización trimestrales para la tasa efectiva del 42.576089%.

Identificar datos	Resolución del problema
e = 42.576089% anual (0.42576089) m = 4 n = 1 año ie = ¿? % trimestral i = ¿?	$e = (1+ie)^{nm} - 1$ $e = (1+.03)^{1x12} - 1$ $0.42576089 = (1+ie)^{1x4} - 1$ $0.42576089 = (1+ie)^{4} - 1$ $0.42576089 + 1 = (1+ie)^{4}$ $1.42576089 = (1+ie)^{4}$ $\sqrt[4]{1.42576089} = (1+ie)$ $1.092727 = (1+ie)$ $1.092727 - 1 = ie$ $0.092727 = ie$ Esta sería la tasa trimestral. Con esta tasa, ya podemos resolver el ejercicio. Si quisiéramos anualizarla la multiplicamos por 4 $i = (ie)(m)$ $i = (0.092727)(4)$ $i = 0.370908$ i = 37.0908% anual capitalizable trimestralmente

Ahora, ya podemos resolver el ejercicio si reemplazamos la tasa de 36% anual capitalizable mensualmente por la tasa de 37.0908% anual capitalizable trimestralmente, por lo que el ejercicio quedará como un ejercicio de anualidades simples ordinarias:

Ejercicio modificado a anualidades simples:

Encuentra el monto o valor futuro de *cuatro pagos trimestrales vencidos* de $5,000 pesos cada uno, si la tasa de interés es de 37.0908% *anual capitalizable trimestralmente.*

2. Resolver el ejercicio utilizando la fórmula del Monto de las Anualidades Simples Ordinarias.

Identificar datos	Resolución del problema
R=5,000 n= 1 años i=37.0908% anual cap. trim. m=4 ie=(37.0908%)/4= ie = 9.2727% trimestral (0.092727) M= ¿?	$M=R\ [((1+ie)^{nm}-1)/ie]$ $M=5,000[((1+.092727)^{(1)(4)})-1)/.092727]=$ $M=5,000[((1.092727)^{4}-1)/.092727]$ $M=5,000[((1.42576089)-1)/.092727]$ $M=5,000[((0.42576089))/.092727]$ $M=5,000[4.59155251]$ $M=22,957.76$ M=$22,957.76

De esta forma, podemos **resolver cualquier ejercicio correspondiente a las Anualidades Generales con las fórmulas de las Anualidades** Simples según corresponda (Ordinarias o Anticipadas).

Material 3.5 (AG) sin Actividad de Aprendizaje

Unidad 4
Amortización

Objetivos de aprendizaje:

Al finalizar esta unidad, el lector será capaz de:

- Elaborar tablas de amortización para operaciones de crédito con sistema de pago de cuota fija.
- Interpretar los componentes de una tabla de amortización: saldo inicial, abono al capital, pago de intereses y saldo insoluto.
- Elaborar fondos de amortización para operaciones de inversión con sistema de pago de cuota fija.
- Interpretar los componentes de un fondo de amortización.

LECCIÓN 18

En esta sesión, iniciamos el último tema de este libro: Tablas y fondos de amortización.

Es un tema muy sencillo y el día de hoy veremos:
4.1 Tablas de amortización, que consta de la penúltima actividad de aprendizaje.
Al terminar el tema 4, te invito a realizar la segunda autoevaluación, que abarca los temas 3 (ASA y ASO) y 4 (Tablas y Fondos de Amortización).

Nota: Para la Segunda Autoevaluación, te recomiendo consultar e imprimir el **Anexo 4: Formulario de anualidades.**

¡Mucho éxito!

4.1 Tablas de amortización

Amortización: Etimológicamente, la palabra amortizar significa dar muerte, saldar, extinguir o finiquitar.

En el área financiera, **amortizar significa** liquidar o saldar una deuda por medio de una serie de pagos, generalmente iguales, que se realizan a intervalos de tiempo iguales.

¿Recuerdas el concepto de anualidad? (revisa tus apuntes)

"Se denomina anualidad a **un conjunto de pagos iguales que se efectúan con la misma frecuencia** de tiempo". Entonces, podemos decir que la **amortización** se refiere a:

El pago gradual de una deuda, por medio de una anualidad (**conjunto de pagos iguales que se efectúan con la misma frecuencia**).

Ejemplo:

Una persona obtiene un crédito el día de hoy por $95,000.00 pesos, que amortizará mediante seis pagos semestrales vencidos a una tasa de 18% anual capitalizable semestralmente. ¿De qué importe será cada uno de los pagos?

Si analizas el ejemplo, observarás que la única diferencia con los ejercicios que hemos estado trabajando (en la unidad anterior) es la palabra amortizará, pero en realidad, hasta aquí, no hay nada nuevo. Así que resolvamos el ejercicio:

Identificar datos	Resolución del problema
C= 95,000 i= 18% anual m= 2 ie= 18%/2= 9% semestral n=3 años R= ¿? Formula: R→C de ASO	$R=(C\ (ie))/(1 - (1 + ie)^{-nm})$ $R=(95{,}000\ (.09))/(1-(1 + .09)^{-(3)(2)})$ $R=(95{,}000\ (.09))/(1-(1.09)^{-6})$ $R=8{,}550/(1-0.596267327)$ $R=8{,}550/0.403732673$ $R=21{,}177.38$

Por lo tanto**, seis pagos semestrales vencidos de $21,177.38 pesos amortizan una deuda** cuyo valor actual es **de $95,000.00 pesos** a una tasa de 9% semestral.

Tablas de amortización

Los pagos que se realizan para amortizar una deuda se aplican tanto para cubrir los intereses como para pagar el capital (cantidad que dio origen a la operación financiera).

Para conocer con precisión la forma en que se aplica cada uno de los pagos, es necesario construir una tabla de amortización.

Por esta razón, **la tabla de amortización** puede definirse como **la radiografía del pago gradual de una deuda.**

Ejemplo: En el ejemplo anterior, acordamos amortizar una deuda de \$95,000 pesos con seis pagos semestrales vencidos de \$21,177.38 pesos a 9% semestral.

Construyamos la tabla de amortización correspondiente para comprobarlo.

Pasos para la construcción de una tabla de amortización.

1. Elabora una tabla con 5 columnas con los siguientes encabezados:

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto

2. En la primera columna enlista el número total de pagos que dura la operación a partir de un pago cero.

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

3. Por “pago 0”, entendemos “antes de realizar el primer pago”; por lo tanto, en esta fila sólo anotamos nuestro saldo inicial (capital) que en nuestro ejemplo es de \$95,000 pesos.

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0	**--**	**--**	**--**	**\$95,000.00**

4. A partir del pago 1, se aplica el procedimiento siguiente:
En la columna de la Renta, anotamos el importe de nuestro pago.

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0	--	--	--	$95,000.00
1	$21,177.38			

5. Se calcula los intereses del periodo al multiplicar el Saldo Insoluto anterior (95,000) por el valor de ie (0.09), y el resultado se anota en la columna de los Intereses (95,000 x 0.09 = 8,550).

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie=0.9)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0	--	--	--	$95,000.00
1	$21,177.38	$8,550.00		

6. Se resta el importe de los Intereses (8,550) al valor de la Renta (21,177.38) para obtener la cantidad que abonamos en realidad (pago a capital) y el resultado se anota en la columna de Amortización (21,177.38 – 8550 = 12,627.38).

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie=0.9)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0	--	--	--	$95,000.00
1	$21,177.38	$8,550.00	$12,627.38	

7. Se resta el importe de la Amortización (12,627.38) al Saldo Insoluto anterior (95,000) para obtener el nuevo saldo y el resultado se anota en la columna de Saldo Insoluto (95,000 – 12,627.38 = 82,372.62).

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie=0.9)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0	--	--	--	$95,000.00
1	$21,177.38	$8,550.00	$12,627.38	$82,372.62

8. Se repite el procedimiento (paso 4 a 7) para cada uno de los pagos restantes.

Completa la tabla de amortización repitiendo los pasos 4 a 7 para cada uno de los pagos (2 a 6), y compara tu resultado con la tabla siguiente:

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie=0.9)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0	--	--	--	**$95,000.00**
1	**$21,177.38**	$8,550.00	$12,627.38	$82,372.62
2	$21,177.38	$7,413.54	$13,763.84	$68,608.78
3	$21,177.38	$6,174.79	$15,002.59	$53,606.19
4	$21,177.38	$4,824.55	$16,352.83	$37,253.36
5	$21,177.38	$3,352.80	$17,824.58	$19,428.78
6	$21,177.38	$1,748.60	$19,428.78	$0

De esta forma, comprobamos que seis pagos semestrales vencidos de $21,177.38 pesos a 9% semestral amortizan una deuda cuyo valor actual es de $95,000 pesos.

Nota: En el saldo final, puedes haber obtenido una pequeña diferencia, por efecto del redondeo, pero debe de ser de centavos (+ o -). Si obtuviste una diferencia mayor a un peso, hay algún error en la tabla y debes revisar el procedimiento.

Para conocer algunas conclusiones importantes sobre las tablas de amortización, es importante que veas el siguiente video que he preparado:

https://youtu.be/N8vqz4Q5laY

¿Se podría realizar una tabla de amortización con pagos anticipados? ¿Qué características tendría esta operación financiera? Analiza la situación.

Sí es posible realizar una tabla de amortización con pagos anticipados, pero al ser anticipados tendríamos que pagar al inicio de cada periodo, lo que significa que el primer pago lo tendríamos que realizar el mismo día que obtendríamos el crédito.

Normalmente, recurrimos a solicitar un crédito o un préstamo porque en ese momento carecemos de recursos financieros para solventar determinada situación.

En otras palabras, solicitamos un préstamo porque no tenemos el dinero suficiente. Si nosotros aceptamos un crédito con pagos anticipados, tendríamos que realizar el primer pago el mismo día que obtenemos el crédito, por lo que si no tenemos dinero tendremos que disponer efectivo del crédito obtenido para cubrir ese primer pago.

En esta situación, si solicitamos un préstamo de $95,000.00 pesos tomaremos de ahí para cubrir el primer pago (anticipado), por lo que saldremos con una cantidad inferior a los $95,000.00 y, seguramente, no podremos cubrir el objetivo para el que solicitamos el préstamo. Lo anterior puede observarse en el ejemplo siguiente.

Ejemplo con pagos anticipados

Una persona obtiene un crédito el día de hoy por $95,000.00 pesos, que amortizará mediante seis pagos semestrales anticipados a una tasa de 18% anual capitalizable semestralmente. Determina el importe de cada pago y construye la tabla de amortización correspondiente.

Identificar datos	Resolución del problema
C= 95,000 i= 18% anual m= 2 ie= 18%/2= 9% semestral n=3 años R= ¿? Formula: R→C de ASA	$R=c/([(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie+1])$ $R=95{,}000/((1-(1+.09)^{-(3)(2)+1})/.09+1)$ $R=95{,}000/((1-(1\ .09)^{-5})/.09+1)$ R=95,000/(0.350068614/.09+1) R=95,000/(3.88965127+1) R=95,000/4.88965127 R=19,428.79

Fe-cha	Núm. Pago	Renta	Intereses (ie=0.9)	Amortización (pago a capital)	Saldo Insoluto
0	0	--	--	--	$95,000.00
0	1	$19,428.79	--	$19,428.79	**$75,571.21**
1	2	$19,428.79	$6,801.41	$12,627.38	$62,943.83
2	3	$19,428.79	$5,664.94	$13,763.84	$49,179.98
3	4	$19,428.79	$4,426.20	$15,002.59	$34,177.39
4	5	$19,428.79	$3,075.96	$16,352.83	$17,824.56
5	6	$19,428.79	$1,604.23	$17,824.58	$0

Como puede observarse en la tabla anterior, al ser pagos anticipados, el primer pago se realiza en la fecha en cuando se recibe el préstamo (por lo que no pagamos intereses) y todo el primer pago se abonaría a capital, por lo que no salimos con $95,000 pesos, sino sólo con $78,571.21, es decir, en realidad obtuvimos un crédito por $78,571.21 pesos, y ésa es la razón por la que nuestro pago es menor (19,428.79).

Por esta razón, **en la práctica, la mayoría de los créditos contratados se realizan bajo la modalidad de pagos ordinarios**, pues, como se observó en el ejemplo, no resulta conveniente contratar un crédito con pagos anticipados.

Ésta es la razón por la que, en este curso, sólo construiremos tablas de amortización con pagos ordinarios (vencidos).

Ahora, resuelve la Actividad de Aprendizaje 4.1

Actividad de Aprendizaje 4.1

Ejercicio 1

Se adquiere un equipo de cómputo con un valor de contado de $14,600.00 pesos, a pagar con cuatro mensualidades vencidas a una tasa de 12% anual capitalizable mensualmente. Determina el valor de cada pago y construye la tabla de amortización correspondiente.

Ejercicio 2

Se obtiene un crédito por $12,000.00 pesos, que deberá pagarse con cuatro pagos bimestrales, el primero de ello dentro de 2 meses a una tasa del 4% bimestral. Determina el importe de cada uno de los pagos y construye la tabla de amortización correspondiente.

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 4.1

Puedes practicar la construcción de tablas de amortización con cualquier ejercicio anterior que se haya resuelto utilizando la fórmula de la Renta en función de un Capital de Anualidades Simples Ordinarias.

Lección 19

Estimado lector:

Con el tema del día de hoy, prácticamente, concluimos este libro introductorio al mundo de las matemáticas financieras:
Tema 4.2. Fondos de amortización

Nota: En la sesión 20, realizarás la Segunda Autoevaluación, por lo que te recomiendo consultar e imprimir el **Anexo 4: Formulario de anualidades.**

¡Muchas gracias!

4.2 Fondos de Amortización

El concepto de fondo de amortización es de alguna forma el inverso de la tabla de amortización, pues en la tabla se habla de una deuda a pagar expresada en valor presente (Capital), mientras que en el fondo de una cantidad a futuro (Monto) para la que se acumulan los pagos periódicos con el objeto de reunir en una fecha futura una cantidad deseada.
De esta forma, **el fondo de amortización podría definirse como la radiografía de una inversión**.

Ejemplo:

Una empresa tiene una deuda por un monto de $700,000 pesos que debe pagar al término de seis años. El consejo de administración decide crear un fondo con pagos anuales anticipados, con el objeto de reunir los $700,000 pesos al momento de su vencimiento. Si el fondo paga 16% anual, ¿de qué importe deberán ser los depósitos anuales?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 700,000 i= 16% anual m= 1 ie= 16% anual n= 6 años R= ¿? **R→M de ASA**	$R=M/[((1 + ie)^{nm+1}-1)/ie -1]$ $R=700,000/((((1+.16)^{6+1}-1)/.16-1)\ )$ $R=700,000/((((1.16)^{7}-1)/.16-1)\ )$ R=700,000/((((2.826219734-1)/.16-1)) R=700,000/((((1.826219734)/.16-1)) R=700,000/((11.41387334-1)) R=700,000/((10.41387334)) R=67,218.03

Por lo tanto, **seis depósitos anuales anticipados de $67,218.03 pesos** invertidos en una cuenta que paga 16% anual **reunirán $700,000 pesos al término del sexto año**. Ahora, elaboraremos el fondo de amortización correspondiente, para comprobarlo.

Pasos para la construcción de un fondo de amortización.

1. Elabora una tabla con cinco columnas, con los siguientes encabezados:

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie)	Saldo Final

2. En la primera columna, enlista el número total de depósitos que dura la operación.

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie)	Saldo Final
1				
2				
3				
4				
5				
6				

3. En la columna de la Renta, anota el importe del depósito.

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie)	Saldo Final
1	$67,218.03			

4. Como los pagos son anticipados, se realizan al inicio de cada periodo, por lo que este primer depósito es la cantidad con la que abrimos la cuenta. Por lo tanto, repetimos dicha cantidad en la columna de Saldo Inicial.

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie)	Saldo Final
1	$67,218.03	$67,218.03		

5. Se calcula los intereses del periodo multiplicando el Saldo Inicial (67,218.03) por el valor de ie (0.16), y el resultado se anota en la columna de los Intereses (67,218.03 x 0.16 = 10,754.88).

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.16)	Saldo Final
1	$67,218.03	$67,218.03	$10,754.88	

6. Se suma el importe de los Intereses (10,754.88) al Saldo Inicial (67,218.03) para obtener el Saldo Final (10,754.88 + 67,218.03 = 77,972.91).

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.16)	Saldo Final
1	$67,218.03	$67,218.03	$10,754.88	$77,972.91

7. Ahora, anota el importe del siguiente depósito en la columna de la Renta (67,218.03).

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.16)	Saldo Final
1	$67,218.03	$67,218.03	$10,754.88	$77,972.91
2	$67,218.03			

8. Suma la renta (67,218.03) al Saldo Final del periodo anterior (77,972.91) para obtener el nuevo saldo inicial (67,218.03+77,972.91 =145,190.94).

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.16)	Saldo Final
1	$67,218.03	$67,218.03	$10,754.88	$77,972.91
2	$67,218.03	$145,190.94		

9. Se repite el procedimiento (paso 5 a 8) para cada uno de los depósitos siguientes.

Completa el fondo de amortización repitiendo los pasos 5 a 8 para cada uno de los depósitos (2 a 6) y compara tu resultado con la tabla siguiente:

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.16)	Saldo Final
1	\$67,218.03	\$67,218.03	\$10,754.88	\$77,972.91
2	\$67,218.03	\$145,190.94	\$23,230.55	\$168,421.50
3	\$67,218.03	\$235,639.53	\$37,702.32	\$273,341.85
4	\$67,218.03	\$340,559.88	\$54,489.58	\$395,049.46
5	\$67,218.03	\$462,267.49	\$73,962.80	\$536,230.29
6	\$67,218.03	\$603,448.32	\$96,551.73	\$700,000.05

De esta forma, comprobamos que efectivamente seis depósitos anuales anticipados de \$67,218.03 pesos invertidos en una cuenta que paga 16% anual reunirán \$700,000 pesos al término del sexto año.

Nota: En el saldo final puedes haber obtenido una pequeña diferencia, por efecto del redondeo, pero esta debe ser de centavos (en nuestro ejemplo, tuvimos una diferencia de +5 centavos). Si la diferencia es mayor a 1 peso, hay algún error en el fondo y debes revisar el procedimiento.

Si obtenemos los totales de las columnas de la Renta y de los Intereses observaremos lo siguiente:

Núm. Deposito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.16)	Saldo Final
1	\$67,218.03	\$67,218.03	\$10,754.88	\$77,972.91
2	\$67,218.03	\$145,190.94	\$23,230.55	\$168,421.50
3	\$67,218.03	\$235,639.53	\$37,702.32	\$273,341.85
4	\$67,218.03	\$340,559.88	\$54,489.58	\$395,049.46
5	\$67,218.03	\$462,267.49	\$73,962.80	\$536,230.29
6	\$67,218.03	\$603,448.32	\$96,551.73	**\$700,000.05**
Totales	**\$403,308.18**		**\$296,691.87**	

Observa que:

Los $403,308.18 pesos de la columna de la renta representan la suma total del importe total de nuestros depósitos, es decir, es la cantidad total que invertimos de alguna forma sería el **Capital** que salió de nuestro bolsillo.

La suma total de **intereses** ganados durante todo el tiempo que duró la operación es de $296,691.87 pesos.

Si sumamos los $403,308.18 (Capital) + los $296,691.87 (Intereses) obtenemos los $700,000.05 pesos que representan el **Monto** total acumulado.

Por lo que nuevamente comprobamos que la base aún es la misma, esa primera fórmula que vimos al arrancar el curso:

$$\mathbf{M = C + I}$$

Ahora, analiza la siguiente situación: ¿Se podría realizar un fondo de amortización con pagos ordinarios? ¿Qué características tendría esta operación financiera?

Sí es posible realizar un fondo de amortización con pagos ordinarios, pero al ser pagos ordinarios o vencidos los depósitos se realizarían al final de cada periodo, lo que significa que el primer depósito lo realizaríamos al final del primer año, por lo que estaríamos perdiendo la oportunidad de ganar intereses en ese primer año.

En la práctica, cuando hacemos alguna inversión la iniciamos con un depósito, es decir, que cuando realizamos inversiones las hacemos con pagos anticipados.

Por esta razón, sólo veremos la creación de fondos de amortización con anualidades anticipadas.

Ahora, resuelve la Actividad de Aprendizaje 4.2

Actividad de Aprendizaje 4.2

Ejercicio 1

Una persona desea adquirir una maquinaria dentro de cuatro años, cuyo valor actual es de $222,431.33 pesos. Se estima que la inflación para este tipo de maquinaría será de 12% anual:

a) ¿Qué precio tendrá la maquinaría dentro de cuatro años?
b) Si se crea un fondo de amortización, con pagos anuales anticipados, para adquirir la maquinaria dentro de cuatro años, ¿de qué importe serán los depósitos si el fondo paga 18% anual?
c) Construye el fondo de amortización correspondiente.

Ejercicio 2

Se desea reunir $50,000 pesos al término de un año mediante depósitos al inicio de cada trimestre en una cuenta que paga 12% anual capitalizable trimestralmente:

a) ¿De qué importe serán los depósitos?
b) Construye el fondo de amortización correspondiente.

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 4.2

Puedes practicar la construcción de **fondos de amortización** con cualquier ejercicio anterior que hayamos resuelto con la **fórmula de la Renta en función de un Monto de Anualidades Simples Anticipadas.**

Lección 20

**Bienvenido a la autoevaluación de
Anualidades y Amortización.**

Instrucciones:

- Prepara 2 o 3 hojas, lápiz, pluma, goma, calculadora y tu formulario.

- La autoevaluación consta de 6 ejercicios para una puntuación total de 10 puntos.

- Resuelve cada ejercicio en las hojas.

- **Utiliza todos los decimales para los procedimientos de resolución.**

- **Tus resultados finales redondéalos a números enteros y 2 decimales**

Ejemplo:
- Si tu resultado fue: M= $321,456.7859
- Deberás dejarlo en: M= $321,456.79

**Si estudiaste, ¡mucho éxito!
Si no estudiaste, ¡mucha suerte!**

Dr. Francisco A. Piña Salazar

Segunda Autoevaluación: Anualidades y Amortización

1.Una persona deposita al inicio de cada mes $2,300 pesos en una cuenta que paga 15.6% anual capitalizable mensualmente. ¿Qué cantidad tendrá ahorrada, después de tres años y medio? (Valor 1 punto.)

2.¿Cuál es la renta anual anticipada equivalente a una renta mensual anticipada de $3,500 pesos, si la tasa de interés vigente es de 17.25% anual capitalizable mensualmente? (Valor 1 punto.)

3.General Motors ha lanzado el siguiente plan de autofinanciamiento para poder adquirir un Chevy pop:

- Inversión inicial de $11,549 pesos.
- 3 pagos anuales, a partir de la fecha de entrega de la unidad, de $7,206 pesos (calculados a una tasa de 24% anual)
- Y 36 mensualidades anticipadas de $2,249 pesos (calculadas a una tasa de 18% anual capitalizable mensualmente).

¿Cuál es **el valor de contado** del automóvil? (Valor 2 puntos.)

4.Nos ofrecen un condominio en las siguientes condiciones:

- Enganche de $80,000 pesos
- Cinco pagos anuales vencidos de $23,700 pesos cada uno (calculados a una tasa de 24% anual).
- 60 pagos mensuales vencidos de $4,500 pesos (calculados con una tasa de interés de 18% anual capitalizable mensualmente).

¿Cuál es **el valor de contado** del condominio? (Valor 2 puntos.)

5.Se vende una casa con un valor, **hace 3 años**, de $2,750,000 pesos. La plusvalía en bienes raíces ha sido de 15% anual capitalizable trimestralmente. Dicha casa se desea adquirir **el día de hoy** mediante un enganche de 20% *y el resto en pagos mensuales durante 10 años.* ¿De cuánto será el importe que se deberá pagar al finalizar cada mes si nos cobran un interés de 18% anual capitalizable mensualmente? (Valor 2 puntos.)

6.El equipo de cómputo de una compañía necesita ser reemplazado a más tardar **en dos años.** Si el equipo actual se adquirió **hace 5 años** con un costo de $ 135,300 pesos, y se estima que los equipos de cómputo han aumentado su precio en 15% anual, ¿cuánto tenemos que invertir al inicio de cada mes en una cuenta que paga 8.25% anual capitalizable mensualmente, para poder adquirir el nuevo equipo de cómputo en la fecha límite? (Valor 2 puntos)

1. $129,089.07
2. $38,876.24
3. $92,394.82
4. $322,276.82
5. $61,659.36
6. $13,749.55

Unidad 5
Depreciación

Objetivos de aprendizaje:

Al finalizar esta unidad, el lector será capaz de:

- Comprender el concepto de depreciación y cómo impacta en los estados financieros de una organización.
- Identificar los componentes clave necesarios para calcular la depreciación de activos.
- Aplicar los métodos más comunes para calcular la depreciación, como el método de línea recta, el método de suma de dígitos y el método por unidad de producción o servicio.

LECCIÓN 21

Conceptos básicos

Depreciación. Se define como la pérdida de valor que sufren los activos o bienes a lo largo del tiempo por el uso, el desgaste y/o la obsolescencia.

La depreciación tambien puede verse como el proceso para asignar el costo de un activo durante el plazo que se espera esté generando beneficios para la empresa, es decir, en el tiempo que dure su vida útil.

Por lo tanto, la depreciación es fundamental para determinar el costo real de un activo, así como su impacto en los estados financieros de una organización.

Para calcular la depreciación, vamos a utilizar los siguientes conceptos:

Valor inicial del activo: Es el costo de adquisición del activo, incluyendo los gastos de instalación, transporte, impuestos, etcétera.

Valor residual o de rescate: Es el valor estimado que tendrá el activo al final de su vida útil, es decir, el valor que podríamos obtener por su venta. Según el tipo de activo este valor podría ser cero.

Vida útil: Es el periodo en número de años o en número de unidades de producción o servicio que se espera que el activo contribuya a las actividades de la empresa para generar beneficios.
Este lapso puede estar determinado por factores físicos (como el desgaste), tecnológicos (como la obsolescencia) o legales (por alguna normativa).

Existen diferentes métodos para calcular la depreciación de un activo, pero en esta unidad nos enfocaremos en los tres más utilizados:

1. Método de línea recta
2. Método de suma de dígitos
3. Método por unidad de producción o servicio

5.1 El método de línea recta

El método de línea recta consiste en asignar una cuota de depreciación constante, distribuida equitativamente, durante toda la vida útil del activo. La cuota de depreciación es una fracción que se obtiene al dividir el valor del activo entre su vida útil.

Para aplicar este método, necesitamos conocer el valor inicial del activo, el valor residual o de rescate y la vida útil estimada.

La fórmula para calcular la cuota de depreciación anual es:

$$\text{Depreciación Anual (DA)}=\frac{\text{Valor inicial - Valor residual}}{\text{Vida útil}}$$

Ejemplos

Ejemplo 1: Una empresa compra una máquina con un valor de $200,000 pesos; se estima que tiene una vida útil de 5 años, y su valor residual es de $40,000 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual de la máquina?

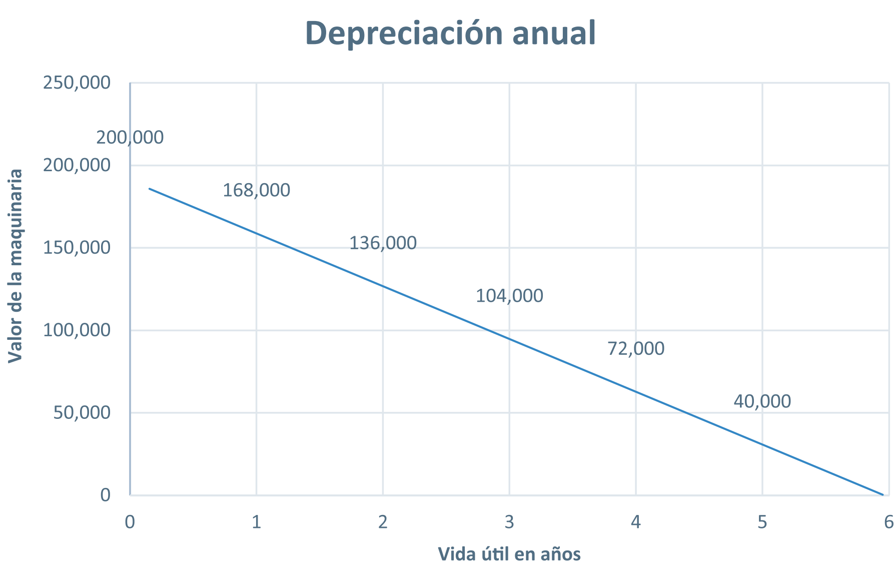
Identificar datos	**Resolución del problema**
Vi = $200,000 Vr = $40,000 Vu = 5 años	DA=(Vi - Vr)/Vu DA=(200,000 - 40,000)/5 DA=160,000/5 DA=32,000 DA = $32,000

Por lo tanto, la cuota de depreciación anual que reduce el valor de la maquinaria de $200,000 a $40,000 en un lapso 5 años, es de $32,000 pesos. Lo que se puede comprobar en la tabla de depreciación siguiente:

Vida útil (años)	Valor inicial	Depreciacion anual	Valor final
1	**200,000**	32,000	168,000
2	168,000	32,000	136,000
3	136,000	32,000	104,000
4	104,000	32,000	72,000
5	72,000	32,000	**40,000**

Ahora bien, ¿por qué este método se llama de línea recta?

Como puede observarse en la tabla, la depreciación anual es constante, es decir, la maquinaria pierde un valor de $32,000 pesos cada año, por lo que si representamos esta pérdida de valor (depreciación) de forma gráfica quedaría de la forma siguiente:



Y ésta es la razón por la que este método se denomina de línea recta.

Ejemplo 2: Un automóvil tiene un valor inicial de $275,000 peso; una vida útil de 7 años, y un valor residual de $65,000 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual del automóvil?

Identificar datos	Resolución del problema
Vi = $275,000 Vr = $65,000 Vu = 7 años	DA=(Vi - Vr)/Vu DA=(275,000 - 65,000)/7 DA=210,000/7 DA=30,000 DA = $30,000

Por lo tanto, la cuota de depreciación anual que reduce el valor del automóvil de $275,000 a $65,000 en un lapso 7 años, es de $30,000 pesos. Lo que se puede comprobar en la tabla de depreciación siguiente:

Vida útil (años)	Valor inicial	Depreciacion anual	Valor final
1	**275,000**	30,000	245,000
2	245,000	30,000	215,000
3	215,000	30,000	185,000
4	185,000	30,000	155,000
5	155,000	30,000	125,000
6	125,000	30,000	95,000
7	95,000	30,000	**65,000**

Y su representación gráfica sería la siguiente:

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 5.1

Actividad de Aprendizaje 5.1

Ejercicio 1

Un mueble tiene un valor inicial de $40,000 pesos; una vida útil de 10 años, y un valor residual de $5,000 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual del mueble?

Ejercicio 2

Una computadora tiene un valor inicial de $28,000 pesos; una vida útil de 4 años, y un valor residual de $6,000 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual de la computadora?

Ejercicio 3

Una impresora tiene un valor inicial de $6,000 pesos; una vida útil de 3 años, y un valor residual de 500 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual de la impresora?

ad de Aprendizaje 5.1

Lección 22

5.2 El método de suma de dígitos

El método de suma de dígitos se caracteriza por la idea de que un activo debe perder más valor en sus primeros años de vida útil; es decir, que en este método la depreciación no es constante, sino más bien decreciente, por lo que la depreciación es mayor en los primeros años y disminuye, por lo que es siendo menor en los últimos.

Para aplicar este método, primero debemos sumar los dígitos de los años que conforman la vida útil del activo para obtener el factor de depreciación. Luego, se multiplica el valor inicial del activo por el número de años que quedan de vida útil y este producto se divide entre el factor de depreciación para obtener la depreciación anual correspondiente a ese año.

Este proceso se repite n veces hasta llegar al último año.

Ejemplo 1

Supongamos que un activo tiene una vida útil de 5 años.

Para obtener el factor de depreciación (FD), sumamos los dígitos 5+4+3+2+1 = 15.

Entonces FD=15.

Ahora, supongamos que el valor inicial del activo es de $15,000 mil; la depreciación para el primer año se calcula de la forma siguiente: DA1 = (15,000 x 5) / 15 = (75,000) / 15 = $5,000

Y el valor del activo estaría determinado por el valor inicial menos la depreciación de ese año, es decir: $15,000 - $5,000 = $10,000

La depreciación para el segundo año sería:
DA2 = (15,000 x 4) / 15 = (60,000) / 15 = $4,000

Y el valor del activo estaría determinado por el valor actual ($10,000) menos la depreciación del segundo año, es decir: $10,000 - $4,000 = $6,000

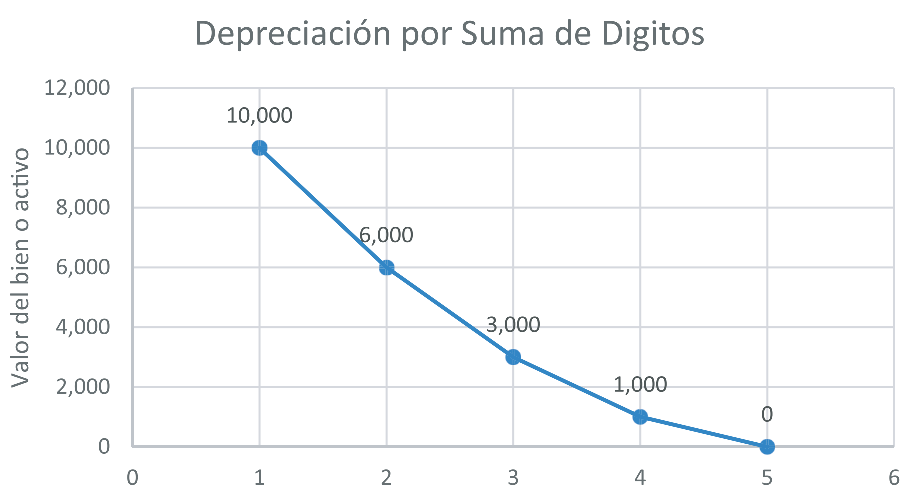
La depreciación para el tercer año sería:
DA3 = (15,000 x 3) / 15 = (45,000) / 15 = $3,000

Y el valor del activo estaría determinado por el valor actual ($6,000) menos la depreciación del tercer año, es decir: $6,000 - $3,000 = $3,000

Si se repite este proceso hasta llegar al último año, la tabla de depreciación de este activo, que reduce su valor de $15,000 a $0 en 5 años, quedaría de la forma siguiente:

Vida útil (años)	Valor inicial	Depreciacion anual	Valor final
1	**$15,000**	(15,000 x 5) / 15 = 5,000	10,000
2		(15,000 x 4) / 15 = 4,000	6,000
3		(15,000 x 3) / 15 = 3,000	3,000
4		(15,000 x 2) / 15 = 2,000	1,000
5		(15,000 x 1) / 15 = 1,000	**$0**

En este método, como la depreciación anual no es la misma cada año, la representación gráfica no nos dará una línea recta, sino una curva descendente:



Ejemplo 2:

n ordenador tiene un valor inicial de $18,000 pesos y una vida útil de 4 años. Calcula la depreciación anual por el método de suma de dígitos.

Para obtener el factor de depreciación (FD), sumamos los dígitos 4+3+2+1 = 10.

Entonces FD=10.

Como el valor inicial del activo es de $18,000 pesos, la depreciación para el primer año sería:

DA1 = (18,000 x 4) / 10 = (72,000) / 10 = $7,200

Por lo que el valor del activo estaría determinado por el valor inicial menos la depreciación de ese año, es decir: $18,000 - $7,200 = $10,800

La depreciación para el segundo año sería:

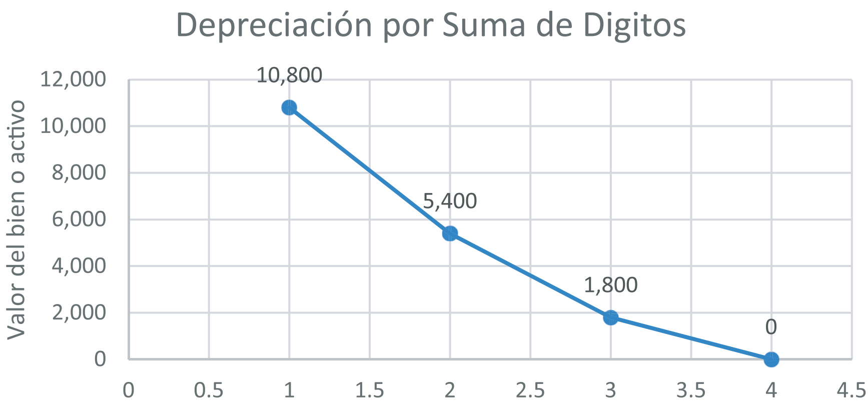
A2 = (18,000 x 3) / 10 = (54,000) / 10 = $5,400

Y el valor del activo estaría determinado por el valor actual ($10,800) menos la depreciación del segundo año, es decir: $10,800 - $5,400 = $5,400

Si se repite este proceso hasta llegar al último año, la tabla de depreciación de este activo, que reduce su valor de $18,000 a $0 en 4 años, quedaría de la forma siguiente:

Vida útil (años)	Valor inicial	Depreciacion anual	Valor final
1	**18,000**	(18,000 x 4) / 10 = 7,200	10,800
2		(18,000 x 3) / 10 = 5,400	5,400
3		(18,000 x 2) / 10 = 3,600	1,800
4		(18,000 x 1) / 10 = 1,800	**0**

Y su representación gráfica:



Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 5.2

Actividad de Aprendizaje 5.2

Ejercicio 1

Un mueble tiene un valor inicial de $40,000 pesos y una vida útil de 10 años. Calcula la depreciación anual por el método de suma de dígitos.

Ejercicio 2

Una computadora tiene un valor inicial de $28,000 pesos y una vida útil de 4 años. Calcula la depreciación anual por el método de suma de dígitos.

Ejercicio 3

Una impresora tiene un valor inicial de $6,000 pesos y una vida útil de 3 años. Calcula la depreciación anual por el método de suma de dígitos.

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 5.2

Lección 23

5.3 El método por unidad de producción o servicio.

El método por unidad de producción o servicio calcula la pérdida de valor del activo en función de su uso.

Se fundamenta en la idea de que el desgaste de un activo depende de su actividad y no sólo del paso del tiempo.

Para utilizar este método, se necesita conocer el valor inicial del activo, la vida útil estimada en términos de unidades de producción o servicio y el valor residual.

$$\text{Depreciación por unidad (Du)}= \frac{\text{Valor inicial - Valor residual}}{\text{Vida útil en unidades}}$$

La fórmula para calcular la depreciación por unidad es:
Ejemplo 1
Una empresa compra una máquina por $1,000,000 pesos; con una vida útil estimada de 50,000 horas de trabajo, y un valor residual de $100,000 pesos. ¿Cuál es la depreciación por hora de trabajo de la máquina?

Si se aplica la fórmula, tenemos que:
Du = (1,000,000 - 100,000)/50,000
Du = 900,000/50,000
Du = $18.00

Es decir, que esta maquinaría se deprecia $18.00 pesos por cada hora de uso, por lo que despues de las 50,000 horas de uso (50,000 x $18) habrá perdido un valor de $900,000 pesos y su valor residual será de sólo $100,000 pesos.

Ejemplo 2

Una unidad de taxi tiene un valor inicial de $288,000 pesos y se estima que su vida útil, antes de tener que remplazarlo, sería de 400,000 kilómetros. Su valor residual sería de cero. ¿Cuál es la depreciación por kilómetro recorrido del taxi?

Si se aplica la fórmula, tenemos que:

Du = (288,000 - 0)/400,000

Du = 288,000/400,000

Du = $0.72

Es decir, que el taxi se deprecia 72 centavos por cada kilómetro recorrido, por lo que despues de los 400,000 km de uso (400,000 x $0.72) habrá perdido un valor de $288,000 pesos, y su valor residual será de $0.

Ahora resuelve la Actividad de Aprendizaje 5.3

Actividad de Aprendizaje 5.3

Ejercicio 1

Un mueble tiene un valor inicial de $40,000 pesos; una vida útil de 10 años, y un valor residual de $5,000 pesos. ¿Cuál es la depreciación por año del mueble?

Ejercicio 2

Una computadora tiene un valor inicial de $28,000 pesos; una vida útil estimada de 10,000 horas, y un valor residual de 6,000 pesos. ¿Cuál es la depreciación por hora de la computadora?

Ejercicio 3

Una impresora tiene un valor inicial de $6,000 pesos; una vida útil estimada de 30,555 páginas impresas, y un valor residual de 500 pesos. ¿Cuál es la depreciación por página impresa de la impresora?

Compara tus resultados con las respuestas correctas incluidas en la sección de Ejercicios Resueltos: Actividad de Aprendizaje 5.3

Bienvenido al apartado de ejercicios resueltos

TEMA 1. INTERÉS SIMPLE

1.1 Introducción (Fórmula General del Monto).

Soluciones de la Actividad de Aprendizaje 1.1

Selecciona correctamente el concepto que se define:

1. Es el conjunto de herramientas que nos permiten determinar el valor del dinero a través del tiempo.

a) Monto y Capital
b) Capital e Interés
c) Matemáticas Financieras
d) Intereses

2. Se define como la cantidad que da origen a la operación financiera.

a) Monto
b) Capital
c) Capital e Interés
d) Interés

3.Se define como la cantidad que liquida una operación financiera.

a) Monto
b) Capital e Interés
c) Interés
d) Capital

4. Se define como el precio por el uso del dinero.

a) Monto
b) Capital e Interés
c) Capital
d) Interés

5. Todo Monto está compuesto por:
a) Monto e Interés
b) Intereses
c) Capital e Interés
d) Capitales

1.2 Fórmula del Interés Simple

Soluciones de la Actividad de Aprendizaje 1.2

Resuelve los siguientes ejercicios con el uso de la fórmula del interés simple:

1. Una persona consigue un préstamo por $30,000.00 pesos a un plazo de dos años y una tasa de interés de 3% bimestral. ¿Cuánto pagará de intereses al término de los dos años?

Observa que, en este ejercicio, el tiempo y la tasa de interés no están expresados en los mismos términos. Por lo tanto, tendremos dos opciones para resolver el ejercicio:

1. Convertir la tasa bimestral en una tasa anual.
2. Convertir el tiempo expresado en años a bimestres.

Conversión de la tasa bimestral en una tasa anual.

Para convertir la tasa bimestral en una tasa anual, tenemos que preguntarnos: ¿cuántos bimestres hay en un año?

Y ahora multiplicar la tasa bimestral por 6:
3% bimestral x 6 bimestres al año = 18% anual.

Identificar datos	Resolución del problema
I = ¿? C= 30,000 t= 2 años i= 3% bimestral = 18% anual = 0.18	I=C (t i) I= 30,000 [(2) (.18)] I= 30,000 [.36] I= 10,800

Conversión del tiempo expresado en años a bimestres.

Para convertir los años a bimestres, lo único que tenemos que realizar es preguntarnos; ¿Cuántos bimestres hay en un año?

Y ahora multiplicar el número de años por 6:

2 años x 6 bimestres al año = 12 bimestres.

Conversión del tiempo expresado en años a bimestres.

Para convertir los años a bimestres, lo único que tenemos que realizar es preguntarnos; ¿Cuántos bimestres hay en un año?

Y ahora multiplicar el número de años por 6:

2 años x 6 bimestres al año = 12 bimestres.

Identificar datos	Resolución del problema
I = ¿? C= 30,000 t= 2 años = 12 bimestres i= 3% bimestral = 0.03	I=C (t i) I= 30,000 [(12) (.03)] I= 30,000 [.36] I= 10,800

2. Una persona paga $7,770.00 pesos por concepto de intereses de un préstamo a tres años con una tasa de 7% anual. ¿Cuál fue la cantidad por la que se realizó el préstamo?

Identificar datos	Resolución del problema
I = 7,770 t= 3 años i= 7% anual (0.07) C= ¿?	I=C (t i) 7,770 = C [(3) (.07)] 7,770 = C [.21] 7770/.21=C C= 37,000

3. Una persona paga $13,440.00 pesos por concepto de intereses por un préstamo de $42,000.00 pesos a un plazo de cuatro años. ¿Cuál es la tasa de interés anual a la que se fijó el préstamo?

Identificar datos	Resolución del problema
I= 13,440 C= 42,000 t= 4 años i= ¿?	I=C (t i) 13,440 = 42,000 [(4) (i)] 13440/42000=(4)(i) 0.32= (4)(i) 0.324=i i= .08 Recordemos que las tasas de interés se expresan en % por lo tanto multiplicamos 0.08 x 100 = 8% anual. ¿Cómo sabemos que este 8% es anual? Porque el tiempo que utilizamos para resolver el ejercicio esta expresado en años, por lo tanto la tasa que obtenemos también está expresada en años.

4. Una empresa paga $151,200.00 pesos por concepto de intereses por un préstamo de $240,000.00 pesos a una tasa de 9% anual. ¿A qué plazo se fijó el préstamo?

Identificar datos	Resolución del problema
I= 151,200 C=240,000 i= 9% anual (0.09) t= ¿?	I=C (t i) 151,200 = 240,000 [(t) (.09)] 151200/240000=(t)(.09) 0.63 = (t)(.09) 0.63/.09= t t= 7 años ¿Cómo sabemos que son siete años? Porque la tasa de interés que utilizamos para resolver el ejercicio esta expresada en forma anual, por lo tanto el tiempo que obtenemos también está expresado en años.

1.3. Fórmula del Monto del Interés Simple

Soluciones de la Actividad de Aprendizaje 1.3

Resuelve los siguientes ejercicios de interés simple:

1. ¿Cuál es el monto que se deberá pagar por un préstamo de $15,000.00 pesos a un plazo de ocho meses con una tasa de interés de 3.20% mensual?

Identificar datos	Resolución del problema
M= ¿? C= 15,000 t= 8 meses i= 3.20% mensual	$M = C\,(1 + t\,i)$ M= 15,000 [1 + (8) (.032)] M= 15,000 [1 + 0.256] M= 15,000 [1.256] M= 18,840 Esta operación se liquida con un pago de $18,840, que incluye los $15,000 que nos prestaron y $3,840 de intereses.

2. Un comerciante adquiere un lote de mercancía con un valor de $3,500.00 pesos, que acuerda liquidar mediante un pago inmediato por $1,500.00 pesos y un pago final dentro de cuatro meses, a una tasa de interés de 60% anual. ¿Cuál será el monto que deberá de pagar al final de la operación financiera?

Identificar datos	Resolución del problema
Valor Mercancía: 3,500 Enganche: 1,500 Quedamos a deber: 2,000 Por lo tanto: C= 2,000 t= 4 meses i= 60% anual o 5% mensual (.05) M= ¿?	$M = C\,(1 + t\,i)$ M= 2,000 [1 + (4) (.05)] M= 2,000 [1 + 0.2] M= 2,000 [1.2] M= 2,400 El monto que liquida esta operación financiera es de $2,400

Nota: Este ejercicio nos introduce el concepto de enganche y nos muestra que los intereses sólo deben cobrarse sobre el valor real de la deuda (cantidad realmente prestada).

3. Una persona obtiene un préstamo por $50,000.00 pesos y acepta liquidarlo año y medio después, acuerda que mientras exista el adeudo pagará un interés simple mensual de 3.5% sobre la deuda original. ¿Qué cantidad deberá pagar de interés cada mes?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 50,000 t= 1.5 años o 18 meses i= 3.5% mensual (.035) I= ¿?	I=C (t i) I= 50,000 [(18) (.035)] I= 50,000 [0.63] I= 31,500 en 18 meses Interés mensual= 31,500/18=1750

O bien

Identificar datos	Resolución del problema
C= 50,000 t= 1 mes i= 3.5% mensual (.035) I= ¿?	I=C (t i) I= 50,000 [(1) (.035)] I= 50,000 [0.035] I= 1,750

Nota: Aunque este ejercicio también puede resolverse con la fórmula del Monto, es muy importante identificar correctamente la incógnita y la fórmula más conveniente para resolverlo.

4. Se obtiene un crédito por $180,000.00 pesos a un plazo de 160 días con una tasa de interés de 30% anual simple. ¿Qué cantidad deberá pagarse al finalizar el plazo?

Para resolver este ejercicio, es importante que conozcas que el año financiero se integra por 360 días.

Identificar datos	Resolución del problema
C= 180,000 t= 160 días i= 30% anual / 360 = 0.083333% diario (0.0008333333) M= ¿?	M = C (1 + t i) M=180,000 [1 + (160) (.00083333)] M=180,000 [1 + .133333333] M=180,000 [1.13333333] M= 204,000

O bien

Identificar datos	Resolución del problema
C= 180,000 t= 160 días / 360 = 0.4444444 años i= 30% anual (.30) M= ¿?	M = C (1 + t i) M=180,000 [1 + (0.4444444) (.30)] M=180,000 [1 + .133333333] M=180,000 [1.13333333] M= 204,000

Nota: Este ejercicio introduce el concepto de año financiero y nos muestra la importancia de utilizar siempre todos los decimales en los procedimientos de resolución, de lo contrario llegamos a resultados muy cercanos, pero que no son correctos.

5. ¿Qué cantidad de dinero recibirá una persona si invierte $50,000.00 pesos a tres meses a una tasa de 2.20% mensual de interés simple?

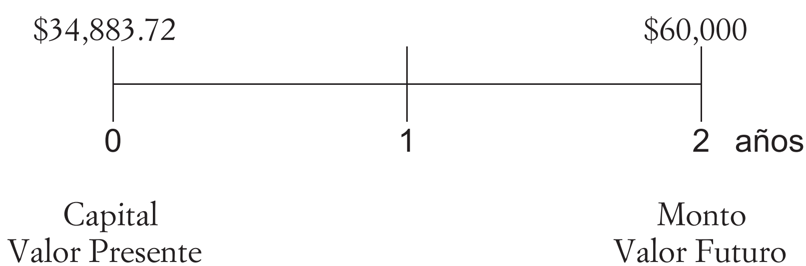
Identificar datos	Resolución del problema
M= ¿? C=50,000 t= 3 meses i= 2.20% mensual	M = C (1 + t i) M= 50,000 [1 + (3) (.022)] M= 50,000 [1 + .066] M= 50,000 [1.066] M= 53,300

6. Supongamos que deseas adquirir un auto dentro de dos años; el enganche que tendrías que pagar para ese momento sería de $60,000 pesos.

Si deseas tener esa cantidad dentro de dos años, ¿qué cantidad debes invertir el día de hoy, en una cuenta que paga 3% de interés simple mensual?

Identificar datos	**Resolución del problema**
M= 60,000 t= 2 años C=¿? i= 3% mensual x12 = 36% anual (0.36)	$M = C\ (\ 1 + t\ i\ )$ 60,000 = C [1 + (2) (0.36)] 60,000 = C [1.72] 60,000/1.72 = C C = 34,883.72

Este ejercicio nos muestra la razón por la que al Monto también se le conoce como Valor Futuro (VF) y al Capital como Valor Presente o Actual (VP o VA). Tal y como se muestra en el gráfico de tiempo siguiente:



7. Un mes después de haber obtenido un préstamo, una persona paga $850.00 pesos para liquidarlo. ¿Qué cantidad obtuvo en préstamo si la tasa de interés era de 40% anual simple?

Identificar datos	**Resolución del problema**
M= 850 C=¿? t= 1 mes i= 40% anual / 12 = 3.33333% mensual (0.0333333)	$M = C\ (\ 1 + t\ i\ )$ 850 = C [1 + (1) (0.0333333)] 850 = C [1.0333333] 850/1.0333333 = C C = 822.58

8. ¿Cuánto debe pagar una persona por concepto de intereses si adquiere una deuda de $22,000 pesos y la liquida seis meses después a una tasa de 26% anual simple?

Identificar datos	Resolución del problema
I= ¿? C= 22,000 t= 6 meses = 0.5 años i= 26% anual (0.26)	I=C (t i) I= 22,000 [(0.5) (.26)] I= 22,000 [0.13] I= 2,860

9. Una persona compra un reproductor multimedia 4K que tiene un precio de contado de $1,500.00 pesos. Lo adquiere a crédito con un enganche de $800.00 pesos, y acuerda pagar otros $800.00 dentro de tres meses. ¿Cuánto pagó de intereses y qué tasa de interés simple anual le cobraron?

Identificar datos	Resolución del problema
Valor de contado: 1,500 Enganche: 800 Quedo a deber: 700 Paga al final: 800 Por lo tanto: C= 700 M= 800 I= 100 t= 3 meses i= ¿?	I=C (t i) 100= 700 [(3) (i)] 100/700=(3) (i) 0.1428571429 = 3i 0.1428571429/3=i i= 0.0476190476 que sería la tasa mensual, porque el tiempo que utilizamos estaba en meses. Para anualizarla la multiplicamos por 12 i= 0.0476190476 (12) i= 0.57142857 sería la tasa anual, como las tasas de interés se expresan en % la multiplicamos por 100 i= 0.57142857 (100) i= 57.1428% anual

10. ¿A qué tasa de interés simple anual $2,500.00 pesos acumulan intereses por $500.00 pesos en un plazo de seis meses?

Identificar datos	Resolución del problema
i= ¿? C= 2,500 I= 500 t= 6 meses = 0.5 años	I=C (t i) 500= 2500 [(0.5) (i)] 500/2500= (0.5) (i) 0.2 = 0.5 i 0.2/0.5= *i* i= 0.4 Esta sería la tasa anual, porque el tiempo que utilizamos esta expresado en años. Como las tasas de interés se expresan en % la multiplicamos por 100 i= 0.4(100) i= 40% anual

11. ¿En cuánto tiempo $2,000.00 pesos se convierten en $2,500.00 a una tasa de 54% anual simple?

Identificar datos	Resolución del problema
t= ¿? C= 2,000 M= 2,500 I= 500 i= 54% anual (0.54)	I=C (t i) 500 = 2,000 [(t) (.54)] 500/2,000=(t)(.54) 0.25=(t)(.54) 0.25/.54= t t= 0.4629629 años Este resultado esta expresado en años porque la tasa de interés utilizada era anual. Para convertirlo a meses, lo multiplicamos por 12 (meses) t= 0.4629629 (12) t= 5.5 meses

12. Si una persona deposita el día de hoy $50,000.00 pesos en un plazo fijo mensual que paga una tasa de interés de 2.20% mensual, y no retira su depósito y reinvierte sus intereses, ¿qué cantidad tendrá en la cuenta al termino de tres meses si la tasa de interés no varía?

Identificar datos	Resolución del problema
M= ¿? C= 50,000 t= 1 mes (el plazo fijo es mensual) i= 2.20% mensual (0.022) M= ¿?	$M = C(1 + t\,i)$ M= 50,000 [1 + (1) (0.022)] M= 50,000 [1 + 0.022] M= 50,000 [1.022] M_1=51,100 Este el monto obtenido al final del primer mes, que se convierte en el capital para el segundo mes. M= 51,100 (1.022) M_2=52,224.2 Este el monto obtenido al final del segundo mes, que se convierte en el capital para el tercer mes. M= 52,224.2 (1.022) M_3= 53,373.13 Este el monto obtenido al final de los tres meses.

La resolución del ejercicio 12 es la base de cómo opera el interés compuesto, cuya principal característica es que se generan intereses sobre intereses.

Por el momento sólo es una pequeña introducción. Este tema lo veremos a fondo en la Unidad 2.

Interpreta el resultado:

Después de resolver el ejercicio 12 compáralo con el ejercicio 5:

¿Qué observas en ambos ejercicios?
¿Cuál fue el resultado en el ejercicio 5?
¿Cuál fue el resultado en el ejercicio 12?
¿De qué importe es la diferencia entre ambos resultados?
¿Qué representa esta diferencia?

1.4 Descuento Comercial y Real

Soluciones de la Actividad de Aprendizaje 1.4

Resuelve los siguientes ejercicios de descuento:

1. Se tiene un documento con valor nominal de $20,000.00 pesos y fecha de vencimiento dentro de seis meses. Si la tasa de descuento es de 12% anual simple, determina el valor del documento.

a) Utilizando Descuento Comercial
b) Utilizando Descuento Real

Identificar datos	Resolución del problema
M=20,000 I = ¿? t= 6 meses (0.5 años) i= 12% anual	D. Comercial I=C (t i) I= 20,000 [(0.5) (0.12)] I= 20,000 [0.06] I= 1,200 D.C= 20,000 – 1,200 D.C= 18,800
M=20,000 C= ¿? t= 6 meses (0.5 años) i= 12% anual	D. Real M = C (1 + t i) 20,000 = C [1 + (0.5) (0.12)] 20,000 = C [1 + 0.06] 20,000 = C [1.06] 20000/1.06 = C D.R = C = 18,867.92

2. Se tiene un documento con valor nominal de $61,800.00 pesos, exigible dentro de tres meses. Si la tasa de descuento es de 12% anual simple, determina el valor del documento.

a) Utilizando Descuento Comercial

b) Utilizando Descuento Real

Identificar datos	Resolución del problema
M= 61,800 I= ¿? t= 3 meses i= 12% anual / 12 meses = 1% mensual (0.01)	D. Comercial I=C (t i) I= 61,800 [(3) (0.01)] I= 61,800 [0.03] I= 1,854 D.C = 61,800 – 1,854 D.C= 59,946
M=20,000 C= ¿? t= 6 meses (0.5 años) i= 12% anual	D. Real M = C (1 + t i) 61,800 = C [1 + (3) (0.01)] 61,800 = C [1 + 0.03] 61,800 = C [1.03] 61800/1.03 = C D.R = C = 60,000

3. Se tiene un documento con valor nominal de $95,000.00 pesos y fecha de vencimiento dentro de siete meses. Si la tasa de descuento es de 18% anual simple, determina el valor del documento.

a) Utilizando Descuento Comercial

b) Utilizando Descuento Real

Identificar datos	Resolución del problema
M= 95,000 I= ¿? t= 7 meses i= 18% anual / 12 meses = 1.5% mensual (0.015)	D. Comercial I=C (t i) I= 95,000 [(7) (.015)] I= 95,000[0.105] I= 9,975 D.C.= 95,000 – 9,975 D.C.= 85,025

Identificar datos	Resolución del problema
M= 95,000 C= ¿? t= 7 meses i= 18% anual / 12 meses = 1.5% mensual (0.015)	D. Real $M = C(1 + t\,i)$ $95{,}000 = C[1 + (7)(.015)]$ $95{,}000 = C[1 + 0.105]$ $95{,}000 = C[1.105]$ $95000/1.105 = C$ D.R = C = 85,972.85

Solución a la Actividad de Aprendizaje 2.2 A

Resuelve los siguientes ejercicios con la fórmula del Monto del Interés Compuesto.

1. Una empresa consigue un préstamo de $30,000.00 pesos a un plazo de dos años y una tasa de interés de 18% anual capitalizable bimestralmente. Calcula el monto que deberá pagar y de qué importe son los intereses sobre intereses.

Identificar datos	Resolución del problema
C= 30,000 n= 2 años i= 18% anual cap. bim. m= 6 ie= (18%)/6= 3% bimestral = (0.03) M= ¿?	$M = C(1+i\,e)^{nm}$ $M= 30{,}000\,(1+.03)^{(2)(6)}$ $M= 30{,}000\,(1.03)^{12}$ $M= 30{,}000\,(1.425760)$ M= 42,772.83 Este es el monto que deberá pagar
C= 30,000 t= 2 años i= 18% anual = (0.18) M= ¿?	$M = C(1 + t\,i)$ $M= 30{,}000\,[1 + (2)(.18)]$ $M= 30{,}000\,[1 + 0.36]$ $M= 30{,}000\,[1.36]$ M= 40,800 I / I = Interés Compuesto – Interés Simple I / I = 42,772.83 - 40,800= 1,972.83 Los $1,972.83 son el interés generado por el propio interés (intereses sobre intereses)

2. Una empresa invierte \$55,000.00 pesos, en una cuenta que paga 12.56% anual capitalizable mensualmente.

a) ¿Qué monto obtendrá al término de un año?

b) ¿De cuánto son los intereses sobre intereses?

Identificar datos	Resolución del problema
C=55,000 i= 12.56% anual cap. mensualmente m= 12 ie= (2.56%)/12=$1.0466\overline{6}$% *mensualmente* = (0.01046666) n= 1 año M= ¿?	$M = C\ (1+i\ e)^{nm}$ M= 55,000 $(1+0.0104666\overline{6})^{(1)(12)}$ M= 55,000 $(1.0104666\overline{6})^{12}$ M= 55,000 (1.1330886) M= 62,319.88
C=55,000 i= 12.56% anual = (0.1256) t= 1 año M= ¿?	$M = C\ (1 + t\ i)$ M= 55,000 [1 + (1) (0.1256)] M= 55,000 [1 + 0.1256] M= 55,000 [1.1256] M= 61,908 I / I =Interés Compuesto – Interés Simple I / I = 62,319.88 - 61,908 = 411.88 El interés generado por el propio interés (intereses sobre intereses) es de \$411.88

3. Una empresa obtiene un préstamo por \$450,000.00 pesos, que va a pagar al término de un año, a una tasa de 5% *mensual de Interés Compuesto*. ¿Cuánto se pagará al finalizar el plazo y qué importe se pagará de Intereses?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 450,000 n= 1 año ie= 5% mensual = (0.05) (Por lo tanto, se debe entender que las capitalizaciones son mensuales) m= 12 M= ¿? I= ¿?	$M = C(1 + ie)^{nm}$ $M= 450{,}000\,(1+.05)^{(2)(6)}$ $M= 450{,}000\,(1.05)^{12}$ M= 450,000 (1.7958563260) M= 808,135.34 Este es el monto que deberemos pagar al finalizar el plazo, de los cuales: 808,135.34 – 450,000 = 358,135.34 son intereses

Observa lo que hace la fórmula:

Ubiquémonos en este paso	**M**= 450,000 (**1.7958563260**)

Si nosotros multiplicamos 450,000 x **1** obtenemos **450,000**, que es el Capital, por lo tanto el **1** está representando al **Capital**.

Si nosotros multiplicamos 450,000 x **0.7958563260** obtenemos 358,135.34, que son los intereses, por lo tanto el **0.7958563260** está representando al **Interés**.

Si sumamos los 450,000 + 358,135.34 nos da los **808,135.34**, que representan al **Monto**.

En otras palabras, volvemos a comprobar que: Capital + Interés = Monto

Por lo tanto, esta operación se liquida con un Monto de $808,135.34 pesos, que incluyen los $450,000 pesos que nos prestaron más 358,135.34 pesos de intereses.

4.- ¿*Cuánto se deberá invertir el día de hoy* si al término de dos años deseamos reunir $600,000 pesos en una cuenta que paga 24% anual capitalizable trimestralmente?

Observa que en este problema se pide calcular la cantidad que debemos invertir; por lo tanto, debemos encontrar el Capital.

Aunque el ejercicio 4 puede resolverse de la siguiente forma:

Identificar datos	Resolución del problema
C= ¿? M= 600,000 n= 2 años i= 24% anual cap. trim m= 4 ie= (24%)/4=6% trimestral = (0.06)	$M = C(1+i e)^{nm}$ $600{,}000 = C(1+.06)^{(2)(4)}$ $600{,}000 = C(1.06)^{8}$ 600,000 = C (1.59384807) 600,000/((1.59384807)) = C C=376,447.42 Ésta es la cantidad que debemos invertir el día de hoy.

Solución a la Actividad de Aprendizaje 2.3 A

Resuelve los siguientes ejercicios con la fórmula del Tiempo del interés compuesto.

8. ¿En cuánto tiempo lograremos reunir $2,500.00 pesos, si el día de hoy invertimos $300.00 pesos en una cuenta que paga 11.36% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 2,500 C= 300 i= 11.36% anual cap. mens. m= 12 ie= (11.36%)/12= 0.946666% *mensual* (0.00946666) n= ¿?	nm = (log M - log C)/(log (1 + ie)) nm = (log(2,500)-log(300))/ log(1+0.00946666) nm =(3.39794 – 2.47712)/0.0040919 nm =0.920818754/0.004091979 nm = 225.0299 meses

Identificar datos	Resolución del problema
	nm = 225.0299 meses Éste es el total de periodos de capitalización, que en este caso son mensuales, por lo tanto los 225.03 son meses. Para convertirlo a años realizamos lo siguiente, recordemos que m=12, entonces: nm = 225.0299 = n(12) = 225.0299 n = 225.0299/12 n = 18.7525 años Recordemos que n = al tiempo expresado en años.

9. ¿En cuánto tiempo lograremos reunir $60,000.00 pesos, si el día de hoy invertimos $5,000.00 pesos en una cuenta que paga 24% anual capitalizable trimestralmente?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 60,000 C= 5,000 i= 24% anual cap. mens. m= 4 ie= (24%)/4=6% *trimestral* (0.06) n= ¿?	nm = (log M - log C)/(log (1 + ie)) nm = (log 60,000 - log 5,000)/log(1+.06) nm = (4.77815 - 3.69897)/0.02530586 nm = 1.07918125/0.02530586 nm = 42.65 Trimestres Este es el total de periodos de capitalización, que en este caso son trimestres. Para convertirlo a años realizamos lo siguiente, recordemos que m=4, entonces: n(4) = 42.65 n = 42.65/4= n = 10.66 años

Solución a la Actividad de Aprendizaje 2.3 B

Resuelve los siguientes ejercicios con la fórmula de la Tasa del interés compuesto.

10. ¿A qué tasa de interés anual deberé colocar un capital de $150,000 pesos para obtener $500,000, si se considera las capitalizaciones semestrales durante 2 años?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 150,000 M= 500,000 i= ¿? cap. semestralmente m= 2 n= 2 años	$ie = \sqrt[nm]{(M/C)}-1$ $ie = \sqrt[(2)(2)]{(500,000/150,000)}-1$ $ie = \sqrt[4]{(500,000/150,000)}-1$ $ie = \sqrt[4]{3.33333333}-1$ ie= 1.3512-1 ie=0.3512 Esta sería la tasa de interés equivalente al periodo de capitalización, es decir la tasa semestral. Sin embargo, el ejercicio nos *solicita la tasa de interés anual (i),* para convertir la tasa semestral a tasa anual realizamos lo siguiente, recordemos que m=2, entonces: i= (ie)(m) i = (0.3512)(2) i = 0.7024 Esta sería la tasa de interés anual, como las tasas de interés se expresan en porcentaje tenemos que multiplicarla por 100: i = 0.7024 x 100 = 70.24% i = 70.24% anual

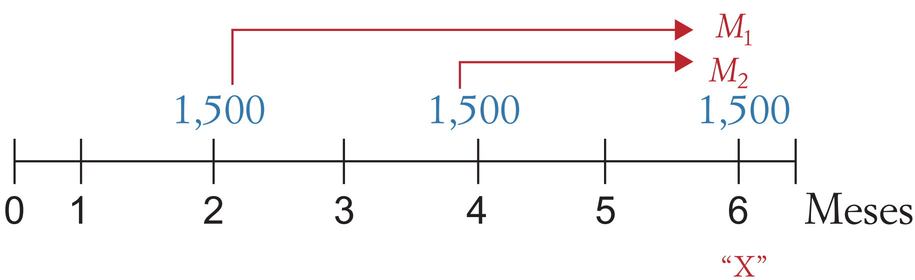
11. ¿A qué tasa de interés anual capitalizable mensualmente \$3,000 pesos se convierten en \$4,163.53 en un plazo de 2 años?

Identificar datos	**Resolución del problema**
i= ¿? cap. mensualmente m= 12 C= 3,000 M= 4,163.53 n= 2 años	*ie*= $\sqrt[nm]{(M/C)}-1$ ie= $\sqrt[(2)(12)]{(4,163.53/3,000)}-1$ ie= $\sqrt[24]{(4,163.53/3,000)}-1$ ie= $\sqrt[24]{1.38784333}-1$ ie= 1.01374996-1 ie=0.01374996 Esta sería la tasa de interés equivalente al periodo de capitalización, es decir la tasa mensual. Sin embargo, el ejercicio nos *solicita la tasa de interés anual (i),* para convertir la tasa semestral a tasa anual realizamos lo siguiente, recordemos que m=12, entonces: i= (ie)(m) i = (0.01374996)(12) i = 0.164999 Esta sería la tasa de interés anual, como las tasas de interés se expresan en porcentaje tenemos que multiplicarla por 100: i = 0.164999 x 100 = 16.4999% i = 16.5% anual

Solución a la Actividad de Aprendizaje 2.5 A

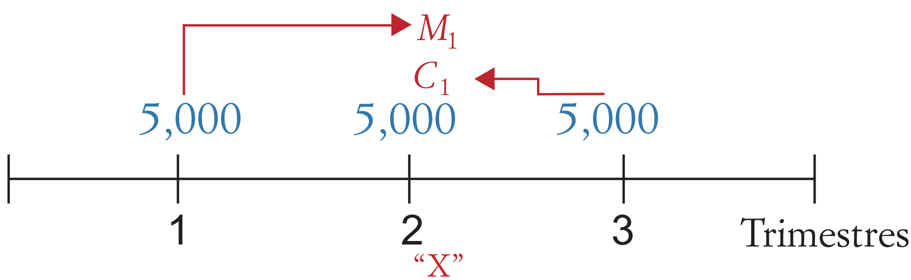
Resuelve los siguientes ejercicios de ecuaciones de valores equivalentes.

1. Se tiene una deuda que consta de tres pagos bimestrales de $1,500.00 pesos cada uno. Se desea reemplazar por un sólo pago dentro de seis meses. ¿De qué importe será el pago, si la tasa vigente es de 12% anual capitalizable mensualmente?



Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 3 pagos bimestrales de $1,500 c/u FE2 = 1 pago dentro de 6 meses de "x" i= 12% anual m= 12 ie= 1% mensual Como las capitalizaciones son mensuales, la gráfica se tiene que construir en meses.	M1+M2 + 1,500 = X M1= 1,500 $(1.01)^4$ M1= 1,500 (1.04060401) M1= 1,560. 90 M2= 1,500 $(1.01)^2$ M2= 1,500 (1.0201) M2= 1,530.15 1,560.90 + 1,530.15 + 1,500 = X= 4,591. 05 El pago dentro de 6 meses será de 4,591. 05

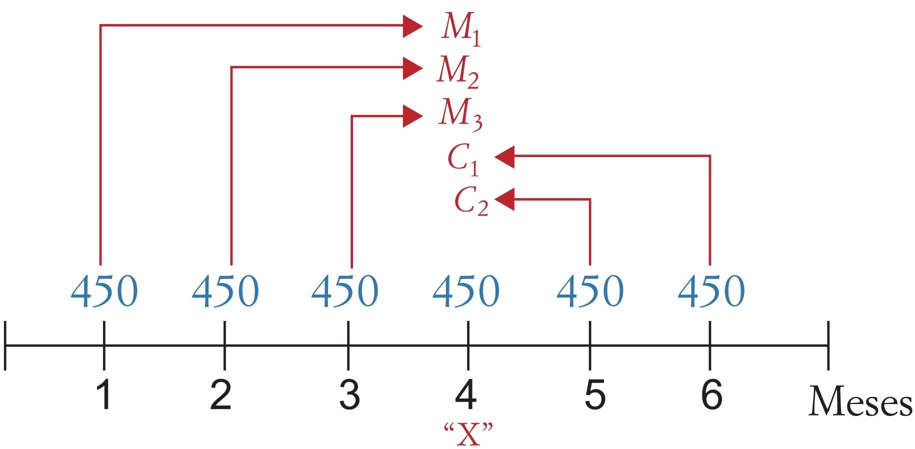
2. Se tiene una deuda que consta de tres pagos trimestrales de $5,000.00 pesos cada uno y se desea sustituir por un sólo pago semestral. ¿De cuánto será el pago, si la tasa es de 12% anual capitalizable trimestralmente?



Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 3 pagos trimestrales de $5,000 c/u FE2 = 1 pago semestral de "x" i= 12% anual m= 4 ie = (12%)/4 = 3% trimestral Como las capitalizaciones son trimestrales, la gráfica se tiene que construir en trimestres.	M1+ 5,000+C1 = X $M1= 5,000\ (1.03)^{1}$ M1= 5,000 (1.03) M1= 5,150 $C1= 5,000\ (1.03)^{-1}$ C1= 5,000 (0.9708737864) C1= 4,854.37 5,150 + 5,000 + 4,854.37 = X = 15,004.37 El pago semestral será de $15,004.37

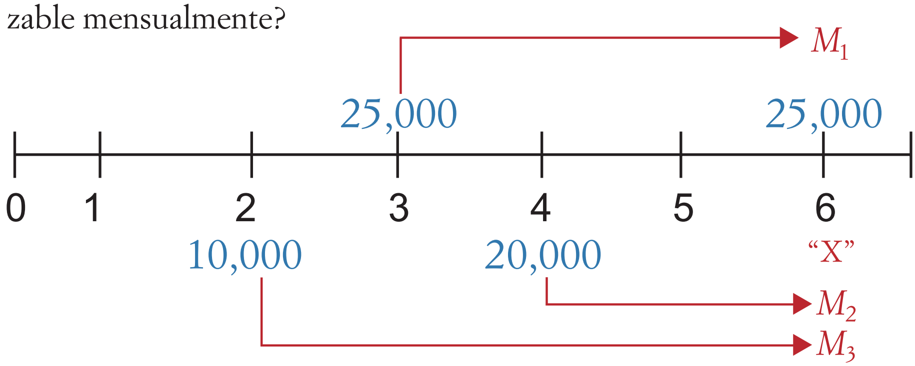
Solución a la Actividad de Aprendizaje 2.5 B

3. Se adquiere un artículo mediante seis pagos mensuales de $450.00 pesos cada uno. Si la deuda se desea reemplazar por un sólo pago cuatrimestral, ¿de cuánto será el pago si la tasa es de 18% anual capitalizable mensualmente?



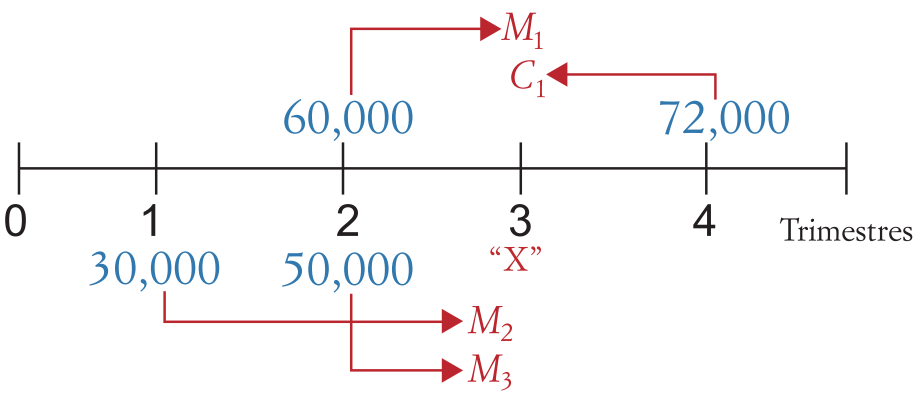
Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 6 pagos de $450 c/u FE2 = 1 pago cuatrimestral de "x" pesos i= 18% anual cap. mens. m= 12 ie= (18%)/12 = 1.5% mensual Como las capitalizaciones son mensuales, la gráfica se tiene que construir en meses.	M1+ M2 + M3 + 450 + C1 + C1 = X $M1 = 450 (1.015)^3$ M1 = 450 (1.045678375) M1= 470.55 $M2 = 450 (1.015)^2$ M2= 450 (1.030225) M2= 463.60 $M3 = 450 (1.015)^1$ M3= 456.75 C1= 450 (1.015) C1= 450 (0.9706617486) C1= 436.79 $C2 = 450 (1.015)^{-1}$ C2= 450 (0.9852216749) C3= 443.35 470.55 + 463.60 + 456.75 + 450 + 436.79 + 443.35 = X = 2,721.04

4. Se tiene una deuda de dos pagos trimestrales de $25,000.00 pesos cada uno, y se desea reemplazar por tres pagos bimestrales. Si el primero es de $10,000.00 pesos y el segundo de $20,000.00 pesos, ¿de cuánto será el tercer pago si la tasa vigente es de 36% anual capitalizable mensualmente?



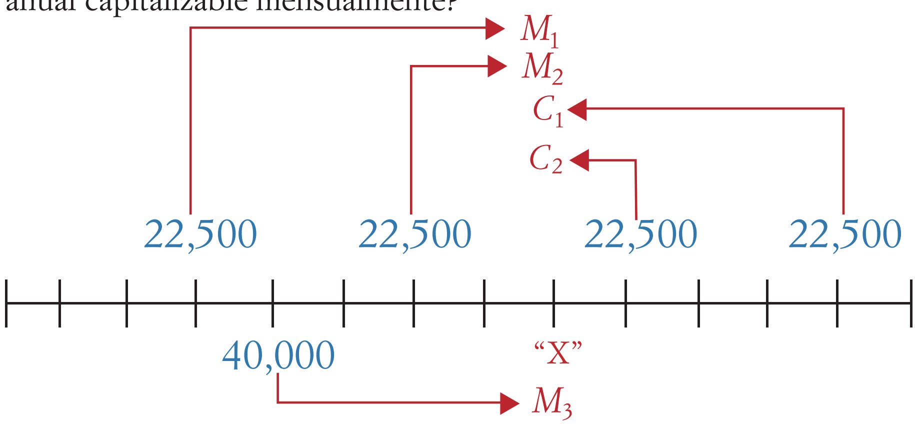
Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 2 pagos trimestrales de $25,000 c/u FE2 = 1 tercer pago de "x" pesos i= 36% anual cap. mens. m= 12 ie= (36%)/12 = 3% mensual Como las capitalizaciones son mensuales, la gráfica va en meses.	M1+ 25,000 = M2 + M3 + X $M1= 25,000 (1.03)^3$ M1= 25,000 (1.092727) M1= 27,318.17 $M2= 10,000 (1.03)^4$ M2= 10,000 (1.12550881) M2= 11,255.09 $M3= 20,000 (1.03)^2$ M3= 20,000 (1.0609) M3= 21,218 (27,318.17 + 25,000) = (11,255.09 + 21218) + X 52,318.17 = 32,473.09 + X 52,318.17 – 32,473.09 = X X = 19,845.08

5. Se adquiere una maquinaria con dos pagos semestrales, el primero de $60,000.00 pesos y el segundo de $72,000.00 pesos. Luego de un trimestre, se decide renegociar el pago para liquidarlo con tres pagos trimestrales: el primero de $30,000.00 pesos (en ese momento), el segundo por $50,000.00 pesos. ¿De cuánto será el tercer pago si la tasa vigente es de 44% anual capitalizable trimestralmente?



Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 2 pagos semestrales uno de $60,000 y otro de $72,000 FE2 = 3 pagos trimestrales el primero de $30,000, el segundo $50,000 y el tercero de "x" pesos i= 44% anual cap. trim. m= 4 ie= (44%)/4= 11% trimestral Como las capitalizaciones son trimestrales, la gráfica se tiene que construir en trimestres.	M1+ C1= M2+ M3+X $M1=60,000\ (1.11)^{1}$ M1=66,600 $C1=72,000\ (1.11)^{-1}$ C1=72,000 (0.9009009009) C1=64,864.86 $M2= 30,000\ (1.11)^{2}$ M2=30,000 (1.2321) M2=36,963 $M3=50,000\ (1.11)^{1}$ M3=55,500 (66,600 + 64,864.86 –(36,936 + 55,500) = 131,464.86 – 92,436 = X X = 39,001.86

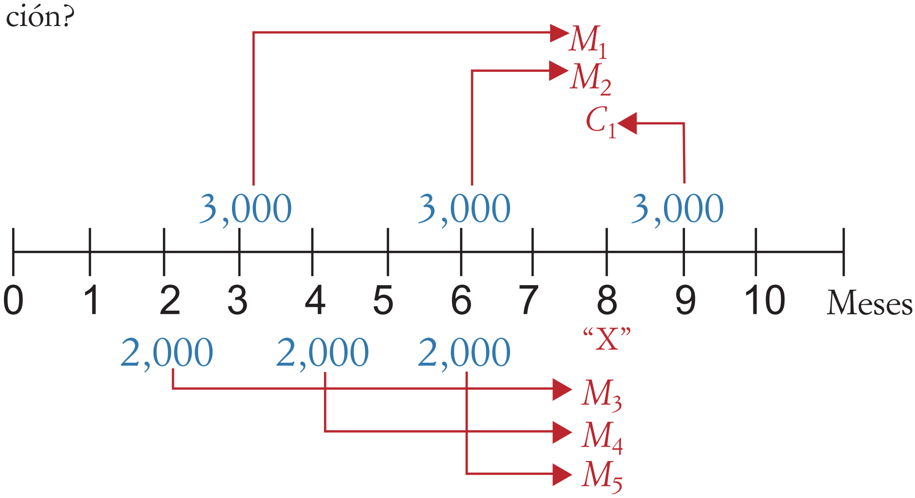
6. Una empresa adquiere equipo de cómputo que acuerda pagar con cuatro pagos trimestrales de $22,500.00 pesos cada uno. Unos días después, se decide renegociar el pago para liquidarlo con dos pagos cuatrimestrales, el primero de $40,000.00 pesos. ¿De cuánto será el segundo pago, si la tasa vigente para la renegociación es de 18% anual capitalizable mensualmente?



Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 4 pagos trimestrales de $22,500 c/u FE2 = 2 pagos cuatrimestrales, el primero de $40,000 y el segundo de x pesos i= 18% anual cap. mens. m= 12 ie= (18%)/12= 1.5% mensual Como las capitalizaciones son mensuales, la gráfica va en meses.	M1+M2+C1+C2= M3+ X M1=22,500 $(1.015)^5$ M1=22,500 (1.077284003884375) M1=24,238.90 M2=22,500 $(1.015)^2$ M2=22,500 (1.030225) M2=23,180.06 C2=22,500 $(1.015)^{-1}$ C2=22,500 (0.9852216749) C2=22,167.49 C1=22,500 $(1.015)^{-4}$ C1=22,500 (0.9421842303) C1=21,199.15 M3=40,000 $(1.015)^4$ M3=40,000 (1.061363550625) M3=42,454.54 (24,238.90+23,180.06+21,199.15+22,167.49) = 42,454.54+X 90,785.6 – 42,454.54 = X X = 48,331.05

Solución a la Actividad de Aprendizaje 2.5 C

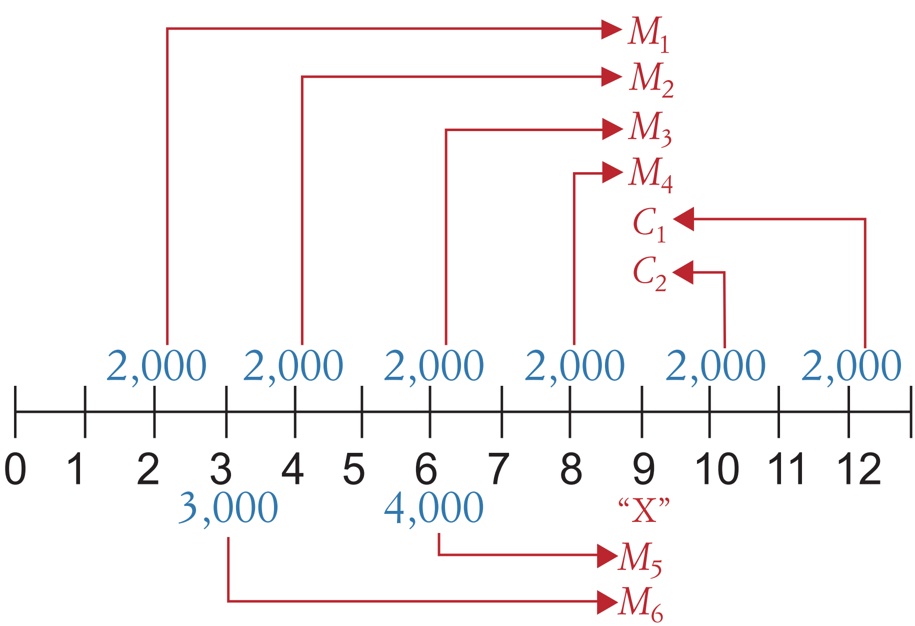
7. Se tiene una deuda que consta de tres pagos trimestrales de $3,000.00 pesos cada uno y se desea reemplazar por cuatro pagos bimestrales, los tres primeros de $2,000.00 pesos. ¿De cuánto será el cuarto pago si la tasa vigente es de 2.5% mensual para la renegociación?



Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 3 pagos trimestrales de $3,000 c/u FE2 = 4 pagos cuatrimestrales, los 3 primeros de $2,000 c/u y otro de “x” pesos ie= 2.5% mensual Como las capitalizaciones son mensuales, la gráfica va en meses.	M1+M2+C1= M3+M4+M5+ X $M1=3,000\ (1.025)^{5}$ M1=3,000 (1.131408212890625) M1=3,394.22 $M2=3,000\ (1.025)^{2}$ M2=3,000 (1.050625) M2=3,151.87 $C1=3,000\ (1.025)^{-1}$ C1=3,000 (0.9756097561) C1=2,926.83 $M3=2,000\ (1.025)^{6}$ M3=2,000 (1.159693418212890625) M3=2,319.38

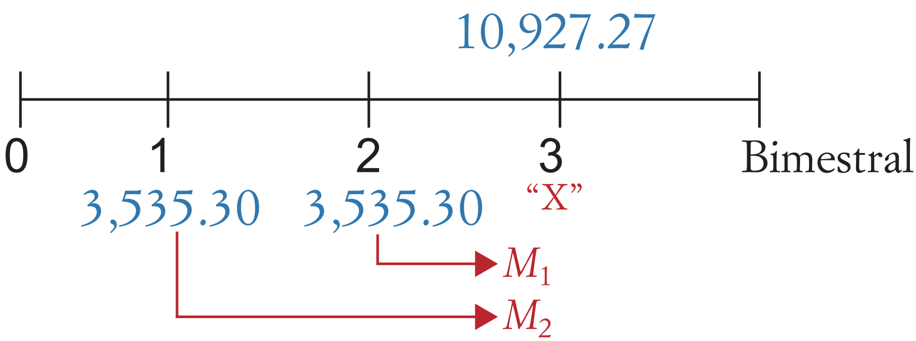
	M3=2,319.38 M4=2,000 $(1.025)^4$ M4=2,000 (1.103812890625) M4=2,207.63 M5=2,000 $(1.025)^2$ M5=2,000 (1.050625) M5=2,101.25 (3,394.22+3,151.87+2,926.83) – (2,319.38+2,207.63+2,101.25) = X 9,472.92 = 6,628.26 + X 9,472.92 - 6,628.26 = X X=2,844.66

8. Se tiene una deuda que consta de seis pagos bimestrales de \$2,000.00 pesos cada uno. Se desea reemplazar por tres pagos trimestrales, el primero de \$3,000.00 pesos y el segundo de \$4,000.00 pesos. ¿De cuánto será el tercer pago si la tasa vigente es de 18% anual capitalizable mensualmente?



Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 6 pagos bimestrales de \$2,000 c/u FE2 = 3 pagos trimestrales, el primero de \$3,000, el segundo de \$4,000 y el tercero de "x" pesos i=18% anual cap. mens. m=12 ie= (18%)/12=1.5% mensual Como las capitalizaciones son mensuales, la gráfica va en meses.	$M1+M2+M3+M4+C1+C2 = M5+M6+X$ $M1=2,000\ (1.015)^{7}$ $M1=2,000\ (1.1098449129017802343 75)$ $M1=2,219.69$ $M2=2,000\ (1.015)^{5}$ $M2=2,000\ (1.077284003884375)$ $M2=2,154.57$ $M3=2,000\ (1.015)^{3}$ $M3=2,000\ (1.045678375)$ $M3=2,091.36$ $M4=2,000\ (1.015)^{1}$ $M4=2,030$ $C2=2,000\ (1.015)^{-1}$ $C2=2,000\ (0.9852216749)$ $C2=1,970.44$ $C1=2,000\ (1.015)^{-3}$ $C1=2,000\ (0.9563169937)$ $C1=1,912.63$ $M5=4,000\ (1.015)^{3}$ $M5=4,000\ (1.045678375)$ $M5=4,182.71$ $M6=3,000\ (1.015)^{6}$ $M6=3,000\ (1.093443263942640625)$ $M6=3,280.33$ $(2,219.69+2,154.57+2,091.36+2,030+1,912.63+1,970.44) = (4,182.71+3,280.33) + X$ $12,378.69 = 7,463.04 + X$ $12,378.69 - 7,463.04 = X$ $X = 4,915.65$

9. Se tiene una deuda que debe liquidarse dentro de seis meses con un pago de $10,927.27 pesos. Se desea remplazar por tres pagos bimestrales, los dos primeros de $3,535.30 pesos. ¿De cuánto será el tercer pago si la tasa vigente es de 3% bimestral?



Identificar datos	Resolución del problema
FE1 = 1 pago de $10,927.27 FE2 = 3 pagos bimestrales, los dos primeros de $3,535.30 y el tercero de X. ie= 3% bimestral Como las capitalizaciones son bimestrales, la gráfica va en bimestres.	10,927.27 = M1+ M2+ X M1=3,535.30 $(1.03)^2$ M1=3,535.30 (1.0609) M1=3,750.60 M2=3,535.30 $(1.03)^1$ M2=3,641.36 10,927.27 = (3,750.60+3,641.36) + X 10,927.27 = 7,391.96 + X 10,927.27 - 7,391.96 = X X = 3,535.30 Como podemos observar, los 3 pagos son iguales. En la siguiente unidad (Anualidades), aprenderemos a calcular los pagos iguales.

Solución a la Actividad de Aprendizaje 2.6

Resuelve los siguientes ejercicios de tasas efectivas.

1. Determina la tasa efectiva que otorga una tasa de 68% anual capitalizable trimestralmente.

Identificar datos	Resolución del problema
m = 4 ie = 68% / 4 ie = 17% trimestral (0.17) n = 1 año e = ¿?	$e = (1+ie)^{nm}-1$ $e = (1+.17)^{1x4} -1$ $e = (1.17)^{4}-1$ e = (1.873887) -1 e = 0.873887 e = 87.3887% anual Una tasa nominal de 68% anual con capitalizaciones trimestrales produce una tasa efectiva de 87.3887% anual.

2. ¿Cuál es la tasa efectiva que se paga por un préstamo de $250,000 pesos pactado a una tasa de 16% anual capitalizable trimestralmente?

Identificar datos	Resolución del problema
m = 4 ie = 16% / 4 ie = 4% trimestral (0.04) n = 1 año e = ¿?	$e = (1+ie)^{nm}-1$ $e = (1+ie)^{nm}-1$ $e = (1+.04)^{1x4}-1$ $e = (1.04)^{4}-1$ e = (1.169858) -1 e = 0.169858 e = 16.9858% anual Una tasa nominal de 16% anual con capitalizaciones trimestrales produce una tasa efectiva de 16.9858% anual.

3. Determina la tasa efectiva que produce una tasa nominal de 30% anual si se capitaliza bimestralmente.

Identificar datos	Resolución del problema
$m = 6$ $ie = 30\% / 6$ $ie = 5\%$ bimestral (0.05) $n = 1$ año $e = ¿?$	$e = (1+ie)^{nm}-1$ $e = (1+.05)^{1x6}-1$ $e = (1.05)^{6}-1$ $e = (1.340095) -1$ $e = 0.340095$ $e = 34.0095\%$ anual Una tasa nominal de 30% anual con capitalizaciones bimestrales produce una tasa efectiva de 34.0095% anual.

4. Determina la tasa efectiva que produce una tasa nominal de 30% anual si se capitaliza mensualmente.

Identificar datos	Resolución del problema
$m = 12$ $ie = 30\% / 12$ $ie = 2.5\%$ mensual (0.025) $n = 1$ año $e = ¿?$	$e = (1+ie)^{nm}-1$ $e = (1+.025)^{1x12}-1$ $e = (1.025)^{12}-1$ $e = (1.344888) -1$ $e = 0.344888$ $e = 34.4888\%$ anual Una tasa nominal del 30% anual con capitalizaciones mensuales produce una tasa efectiva del 34.4888% anual.

5. Determina la tasa nominal con capitalizaciones mensuales que produce una tasa efectiva de 26.8242% anual.

Identificar datos	Resolución del problema
e = 26.8242% anual (0.268242) m = 12 n = 1 año ie = ¿? % mensual i = ¿?	$e = (1+ie)^{nm}-1$ $0.268242 = (1+ie)^{1x12}-1$ $0.268242 = (1+ie)^{12}-1$ $0.268242 + 1 = (1+ie)^{12}$ $1.268242 = (1+ie)^{12}$ $^{12}\sqrt{}(12\&1.268242) = (1+ie)$ $1.02 = (1+ie)$ $1.02 - 1 = ie$ $0.02 = ie$ ie = 0.02 Esta sería la tasa mensual, para anualizarla la multiplicamos por 12 $i = (ie)(m)$ $i = (0.02)(12)$ $i = 0.24$ i = 24% anual capitalizable mensualmente Una tasa nominal de 24% anual con capitalizaciones mensuales produce una tasa efectiva de 26.8242% anual.

Solución a la Actividad 3.2.1 Monto ASO

1.¿Qué cantidad se reunirá en un año si depositamos $500.00 pesos al final de cada mes en una cuenta que paga 66% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R=500 i=66% anual m=12 ie=(66%)/12= 5.5% mensual n=1 años M= ¿?	$M=R\ [((1+ie)^{nm}-1)/ie]$ $M=500[((1+.055)^{(1)(12)}-1)/.055]=$ $M=500[((1.055)^{12}-1)/.055]$ $M=500[((1.901207486)-1)/.055]$ $M=500[((0.901207486))/.055]$ $M=500[16.38559065]$ M=8,192.7953 M=$8,192.80

2. ¿Cuál será el monto que reuniremos si depositamos \$2,000.00 pesos al final de cada semestre durante cuatro años y medio, en una cuenta que paga una tasa de 48% anual capitalizable semestralmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R=2,000 i=48% anual m=2 ie=(48%)/2= 24% semestral n=4.5 años M= ¿?	$M=R\ [((1+ie)^{nm}-1)/ie]$ $M=2{,}000[((1+.24)^{(4.5)(2)}-1)/.24]=$ $M=2{,}000[((1.24)^{9}-1)/.24]$ M=2,000[((6.930988312)-1)/.24] M=2,000[((5.930988312))/.24] M=2,000[24.7124513] M=49,424.9026 M=\$49,424.90

3. ¿Qué cantidad se reunirá al término de tres años si depositamos \$1,250.00 al final de cada bimestre, en una cuenta que paga 19.36% anual capitalizable bimestralmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 1,250 i= 19.36% anual m= 6 ie= 19.36/6=3.2266% bimestral n= 3 años M= ¿?	$M=R\ [((1+ie)^{nm}-1)/ie]$ $M=1{,}250[((1+.032266666)^{(3)(6)})-1)/.032266666]$ $M=1{,}250[((1.03226666)^{18}-1)/.032266666]$ M=1,250[(1.7711456 - 1)/.032266666] M=1,250[.7711456/.032266666] M=1,250[23.899141] M= 29,873.92625 M=\$29,873.93

Solución a la Actividad de Aprendizaje 3.2.2 Capital ASO

1. ¿Cuál es el valor actual de un artículo adquirido mediante pagos de \$1,000.00 pesos al final de cada trimestre durante cinco años, si la tasa de interés es del 4% trimestral?

Identificar datos	Resolución del problema
R=1,000 ie= 4% trimestral m=4 n= 5 años C=¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm})/ie]$ $C=1,000[(1-(1+.04)^{(-5)(4)})/.04]$ $C=1,000[(1-(1.04)^{-20})/.04]$ $C=1,000[(1-(0.456386946))/.04]$ $C=1,000[0.543613054/.04]$ $C=1,000[13.59032634]$ C=\$13,590.33

2. ¿Cuál es el valor de contado (valor actual) de un artículo adquirido mediante 52 pagos semanales vencidos de \$240.00 pesos cada uno, si la tasa de interés es de 15% anual capitalizable semanalmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 240 i= 15% anual m=52 (1 año tiene 52 semanas) ie=(15%)/52= 0.2884615384% semanal n=1 año C= ¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{nm})/ie]$ $C=240[(1-(1+0.002884615)^{-(1)(52)})/(0.002884615)]$ $C=240[(1-(1.002884615)^{-52})/(0.002884615)]$ $C=240[(1-0.86089385)/(0.002884615)]$ $C=240[(0.13910615)/(0.002884615)]$ $C=240[48.22346532]$ C=\$11,573.63

3. ¿Cuál es el valor de contado de un artículo adquirido mediante pagos semanales vencidos durante dos años a una tasa de 48% anual capitalizable semanalmente si los pagos son de $250.00 pesos?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 250 i= 48% anual m= 52 ie=48%/52= 0.92307692% semanal n= 2 años C= ¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{nm})/ie]$ $C=250[(1–(1+0.0092307692)^{-(2)(52)})/0.0092307692]$ $C=250[(1–(1+ 0.0092307692)^{-104})/0.0092307692]$ C=250[(1 - 0.384582746)/0.0092307692] C=250[0.615417254/0.009230769] C=250[66.67020254] C=$16,667.55

4. ¿Cuál es el valor de contado de un automóvil adquirido con pagos mensuales de$ 4,200.00 pesos durante cuatro años a una tasa de interés de 12.12% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 4,200 i= 12.12% anual m= 12 ie=12.12%/12= 1.01% semanal n= 4 años C= ¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{nm})/ie]$ $C=4,200[(1-(1+.0101)^{-(4)(12)})/0.0101]$ $C=4,200[(1-(1.0101)^{-48})/0.0101]$ C=4,200[(1-0.617319772)/0.0101] C=4,200[0.382680228/0.0101] C=4,200[37.88913153] C=$159,134.35

Solución a la Actividad 3.2.3 Renta ASO

1. Una persona debe pagar \$3,000.00 pesos dentro de un año. ¿Cuánto tendrá que pagar al final de cada mes para sustituir el pago anual si se considera una tasa vigente de 25% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 3,000 i= 25% anual m= 12 $ie=25\%/12=2.0833\overline{3}$ % mensual n=1 año R=¿? En función de monto o valor futuro	$R=(M(ie))/((1+ie)^{nm}-1)$ $R=(3{,}000\,(.020833\overline{3}))/((1+.020833\overline{3})^{(1)(12)}-1)$ $R=62.5/((1.020833\overline{3})^{12}-1)$ $R=62.5/(1.28073156-1)$ $R=62.5/0.28073156$ R= \$222.63

2. ¿Cuánto debe pagar una persona al final de cada mes si adquiere una maquinaria con un valor de contado de \$175,000.00 pesos y acuerda pagarla en cuatro mensualidades iguales con intereses de 4% mensual?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 175,000 ie= 4% mensual m= 12 n= 4 meses = 4/12 años R= ¿? En función de un capital o valor actual	$R=(C\,(ie))/(1-(1+ie)^{-nm})$ $R=(175{,}000\,(.04))/(1-(1+.04)^{-(4/12)(12)})$ $R=7{,}000/(1-(1.04)^{-4})$ $R=7{,}000/(1-0.854804191)$ $R=7{,}000/0.145195809$ R= \$48,210.76

3. Una persona debe pagar $60,000.00 pesos dentro de un año. ¿Cuánto tendrá que pagar al final de cada mes para sustituir el pago anual, si se considera una tasa de 25% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 60,000 i= 25% anual m= 12 ie=25%/12= 2.08333% mensual n=1 año R=¿? En función de monto o valor futuro	$R=(M\ (ie))/((1+ie)^{nm}-1\ )$ $R=(175{,}000\ (.04))/(1-(1+.04)^{-(4/12)(12)})$ $R=(60{,}000\ (.0208333))/((1+.0208333)^{(1)(12)}-1)$ R= 1,250/(1.280731561 - 1) R= 1,250/0.280731561 R=$4,452.65

4. El día de hoy se obtiene un crédito por $500,000.00 pesos a pagarse dentro de tres años a una tasa de 12% anual capitalizable mensualmente.

Resolvemos la primera parte del ejercicio, para conocer el importe que tendremos que pagar dentro de tres años:

Identificar datos	Resolución del problema
C= 500,000 n= 3 años i= 12% anual m= 12 ie= 1% mensual M= ¿?	$M=C(1+ie)^{nm}$ $M=500{,}000\ (1+.01)^{(3)(12)}$ $M=500{,}000\ (1.01)^{36}$ M=500,000 (1.430768784) M=$715,384.39

Una vez que sabemos que nuestra deuda a pagar dentro de tres años asciende a $715,384.39 pesos, resolvemos la segunda parte:

Pasados unos cuantos días, se decide invertir en el banco una "x" cantidad. Al finalizar cada tres meses, con el objeto de que a los tres años el dinero acumulado en el banco liquide el préstamo obtenido, ¿de qué importe será el depósito trimestral si el banco está pagando 10% anual capitalizable trimestralmente?

Por lo tanto, la segunda parte del ejercicio nos pide calcular la renta trimestral que tendremos que ahorrar en el banco durante tres años para reunir los $715,384.39 pesos.

Identificar datos	Resolución del problema
M= 715,384.39 n= 3 años i= 10% anual m= 4 ie= 2.5% trimestral R= ¿? En función de monto o valor futuro	$R=(M(ie))/((1+ie)^{nm}-1)$ $R=(715{,}384.39\ (.025))/((1+.025)^{(3)(4)}-1)$ $R=17{,}884.6097/((1.025)^{12}-1)$ $R=17{,}884.6097/(1.3448888-1)$ $R=17{,}884.6097/0.3448888$ R= $51,856.16

Solución a la Actividad de Aprendizaje 3.3.1 Monto ASA

1. Encuentra el valor futuro de seis pagos semestrales anticipados de $14,500.00 pesos, cada uno, si la tasa de interés es de 19% anual capitalizable semestralmente.

Identificar datos	Resolución del problema
R=14,500 i= 19% anual m= 2 ie=19%/2=9.5% semestral n=3 años (6 semestres) M=¿?	$M=R[((1+ie)^{(nm+1)}-1)/ie-1]$ $M=14{,}500[((1+.095)^{(3)(2)+1}-1)/.095-1]$ $M=14{,}500[((1.095)^{7}-1)/.095-1]$ $M=14{,}500[(1.8875516-1)/.095-1]$

	M=14,500[0.8875516/.095 -1] M=14,500[9.34264848-1] M=14,500[8.342644848] M= 120,968.4031 M= $120,968.40

2. Si se invierte $5,000.00 pesos al inicio de cada tres meses. ¿Qué cantidad se tendrá al término de dos años si la tasa de interés es de 24% anual capitalizable trimestralmente? 2. Si se invierte $5,000.00 pesos al inicio de cada tres meses. ¿Qué cantidad se tendrá al término de dos años si la tasa de interés es de 24% anual capitalizable trimestralmente?

Identificar datos	**Resolución del problema**
R=5,000 n= 2 años i=24% anual m=4 ie=24%/4=6% semestral M=¿?	M=R[((1 + ie)$^{(nm+1)}$-1)/ie- 1] M=14,500[((1+.095)$^{(3)(2)+1}$- 1)/.095-1] M=5,000[((1+.06)$^{(2)(4)+1}$– 1)/.06 -1] M=5,000[((1.06)^{9}– 1)/.06 -1] M=5,000[(1.689478959 - 1)/.06 -1] M=5,000[0.689478959/.06 -1] M=5,000[11.49131598 -1] M=5,000[10.49131598] M=52,456.5799 M=$52,456.58

3. Encuentra el valor futuro de una renta bimestral de $3,500.00 pesos, si los pagos son anticipados a un plazo de tres años con una tasa de interés del 2% bimestral.

Identificar datos	Resolución del problema
R= 3,500 n= 3 años ie= 2% bimestral m= 6 M= ¿?	$M=R[((1 + ie)^{(nm+1)}-1)/ie- 1]$ $M=3,500[((1 + .02)^{(3)(6)+1}- 1)/.02 \ -1]$ $M=3,500[((1.02)^{19}-1)/.02 \ -1]$ $M=3,500[(1.45681117 -1)/.02 \ -1]$ $M=3,500[(0.45681117)/.02 \ -1]$ $M=3,500[22.840558 -1]$ $M=3,500[21.84055863]$ $M=76,441.9551$ $M=\$76,441.96$

Solución a la Actividad de Aprendizaje 3.3.2 Capital ASA

1. ¿Cuál es el valor de contado de un artículo adquirido mediante pagos semanales anticipados de $100.00 pesos, durante dos años, si la tasa de interés fue de 1% semanal?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 100 ie= 1% semanal m=52 n=2 años C= ¿?	$C=R[(1-(1 + ie)^{(-nm+1)})/ie \ + 1]$ $C=100[(1-(1 + .01)^{-(2)(52)+1})/.01 +1]$ $C=100[(1-(1.01)^{-(103)})/.01 +1]$ $C=100[(1-(0.35883806))/.01+1]$ $C=100[0.64116194/.01 \ + 1]$ $C=100[64.11619397 + 1]$ $C=100[65.11619397]$ $C=6,511.6193$ $C=\$6,511.62$

2. Calcula el valor actual de una renta bimestral anticipada de $1,500.00 pesos si la tasa de interés es de 18% anual capitalizable bimestralmente, y el compromiso es por dos años?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 1,500 ie= 18% anual m=6 ie=18%/6=3% bimestral n=2 años C= ¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie+1]$ $C=1,500[(1-(1+-.03)^{-(2)(6)+1})/.03+1]$ $C=1,500[(1-(1.03)^{-11})/.03+1]$ $C=1,500[(1-(0.72242127))/.03+1]$ $C=1,500[0.277578723/.03+1]$ $C=1,500[9.252624113+1]$ $C=1,500[10.252624113]$ $C=15,378.9361$ C= $15,378.94

3. Calcula el valor actual de nueve pagos bimestrales de $500.00 pesos con intereses de 5.28% bimestral:

a) Si los pagos son anticipados.
b) Si los pagos son vencidos (ordinarios).
c) Determina y explica la diferencia entre el a) y el b).

a) Si los pagos son anticipados (ASA)

Identificar datos	Resolución del problema
R= 500 ie= 5.28% bimestral m= 6 n= 1.5 años (9 bimestres = 1.5 años) C= ¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie+1]$ $C=1,500[(1-(1+-.03)^{-(2)(6)+1})/.03+1]$ $C=500[(1-(1+.0528)^{-(1.5)(6)+1})/.0528+1$ $C=500[(1-(1.0528)^{-8})/.0528+1]$ $C=500[(1-0.66257186)/.0528+1]$ $C=500[0.337428136/.0528+1]$ $C=500[6.390684\ 39+1]$ $C=500[7.390684]$ $C=3,695.3421$ C= $3,695.34

b) Si los pagos son vencidos u ordinarios (ASO)

Identificar datos	Resolución del problema
R= 500 ie= 5.28% bimestral m= 6 n= 1.5 años (9 bimestres = 1.5 años) C= ¿?	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm})/ie]$ $C=500[(1-(1+.0528)^{-(1.5)(6)})/.0528]$ $C=500[(1-(1.0528)^{-9})/.0528]$ $C=500[(1-0.629342576)/.0528]$ $C=500[0.370657424/.0528]$ $C=500[7.020026966]$ $C=3{,}510.01348$ C=$3,510.01

c) Explica la diferencia entre ambos incisos:

La diferencia entre 3,695.34 – 3,510.01 es de 185.33.

Es decir que la diferencia entre las ASA y las ASO es de $185.33 pesos, que representan los intereses de un periodo de capitalización.

Esto se puede comprobar si multiplicamos el valor obtenido en las ASO (3,510.01) por la tasa de interés equivalente al periodo de capitalización, es decir, ie (0.528):

3,510.01(0.528) = 185.3285 = $185.33

Solución a la Actividad de Aprendizaje 3.3.3 Renta ASA

1. Deseamos reunir, en 3 años, $250,000.00 pesos. ¿Cuánto debemos depositar al inicio de cada mes en una cuenta que paga 8% anual capitalizable mensualmente para reunir dicha cantidad?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 250,000 i= 8% anual m= 12 ie=8%/12=0.6666% mensual n=3 años R=¿?	$R=M/([((1 + ie)^{nm+1}-1)/ie -1])$ $R=250,000/([((1+0.0066666)^{(3)(12)+1}-1)$ $/0.0066666 -1])$ $R=250,000/([((1.0066666)^{37}-1)/.0066666 -1])$ R=250,000/([(1.27870529-1)/.0066666-1]) R=250,000/([(0.27870529)/.0066666-1]) R=250,000/([41.805794 - 1]) R=250,000/40.805798 R=6,126.5801 R=$6,126.58

2. Una pantalla tiene un precio de contado de $14,999.00 pesos. Si se compra a crédito, con pagos mensuales anticipados a una tasa de 18% anual capitalizable mensualmente, ¿de qué importe serán las mensualidades que tendremos que pagar durante dos años?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 14,999 i= 18% anual m= 12 ie=18%/12= 1.5% mensual n=2 R=¿?	$R=c/([(1-(1 + ie)^{-nm+1})/ie +1])$ $C=500[(1-(1 + .0528)^{-(1.5)(6)})/.0528]$ $R=14,999/([(1-(1 + .015)^{-(2)(12)+1})/.015+1])$ $R=14,999/([(1-(1\ .015)^{-24+1})/.015+1])$ $R=14,999/([(1-(1\ .015)^{-23})/.015+1])$ R=14,999/([(1-0.710037)/.015+1]) R=14,999/([0.2899629/.015+1]) R=14,999/[19.330861 +1] R=14,999/([20.330861]) R=737.7454 R= $737.75

3. En un año, queremos ahorrar $100,000.00 pesos en una cuenta que paga 6% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto tendremos que depositar al inicio de cada mes para cumplir nuestra meta?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 14,999 i= 18% anual m= 12 ie=18%/12= 1.5% mensual n=2 R=¿?	$R=M/([((1+ie)^{nm+1}-1)/ie-1])$ $R=100{,}000/([((1+0.005)^{(1)(12)+1}-1)/0.005-1])$ $R=100{,}000/([((1.005)^{13}-1)/.005-1])$ R=100,000/([(1.0669862-1)/.005-1]) R=100,000/([(0.0669862)/.005-1]) R=100,000/([13.397240 - 1]) R=100,000/12.397240 R=8,066.3114 R=$8,066.31

4. Obtenemos un crédito hipotecario por $1,200,000, a un plazo de 15 años y tasa de interés de 10.49% anual capitalizable mensualmente. Determina el importe de las mensualidades que tendremos que pagar al inicio de cada mes.

Identificar datos	Resolución del problema
C= 1,200,000 i= 10.49% anual m= 12 ie=10.49%/12= 0.874166% n=15 años R=¿?	$R=C/([(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie+1])$ $R=1{,}200{,}000/([(1-(1+.00874166)^{-(15)(12)+1})/.00874166+1])$ $R=1{,}200{,}000/([(1-(1.00874166)^{-179})/.00874166+1])$ R=1,200,000/([(1 - 0.21056547)/.00874166 + 1]) R=1,200,000/[0.78943452/.00874166 + 1] R=1,200,000/([90.3050795 + 1]) R=1,200,000/91.3050795 R=13,142.4616 R=$13,142.46

Solución a la Actividad de Aprendizaje 3.4 Ejercicios de repaso

1. ¿Cuál es la *renta semestral anticipada equivalente a una renta mensual anticipada de* $660 *pesos, si el interés es de* 22.52% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 660 i= 22.52% anual m= 12 ie=1.876667% mensual n= 0.5 años C= ¿? de ASA	$C=R[(1-(1 + ie)^{-nm+1})/ie+1]$ $C=660[(1-(1+.018766667)^{(.5)(12)+1})/.018766667+1]$ $C=660[(1-(1.018766667)^{-6+1})/.018766667 +1]$ $C=660[(1-(1.018766667)^{-5})/.018766667+1]$ C=660[(1-0.9112265)/.018766667 +1] C=660[0.0887735/.018766667 +1] C=660[4.730379+1] C=660[5.730379] C=3,782.05

2. ¿Cuál es la *renta anual ordinaria* equivalente a una *renta mensual ordinaria* de $500 pesos, si la tasa de interés vigente es de 24% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 500 i= 24% anual m= 12 ie=24%/12= 2% mens. n= 1 año M= ¿? de ASO	$M=R [((1+ie)^{nm}-1)/ie]$ $M= 500[((1+.02)^{(1)(12)}-1)/.02]$ $M=500[((1.02)^{12}-1)/.02]$ M=500[(1.26824179-1)/.02] M=500[(0.26824179)/.02] M=500[13.4120897] M= 6,706.04

3. ¿Cuál es la renta anual anticipada equivalente a una *renta bimestral ordinaria* de $2,000 pesos si la tasa de interés es de 30% anual capitalizable bimestralmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 2,000 i= 30% anual m= 6 ie=30%/6 = 5% bim. n= 1 C= ¿? de ASO	$C=R[(1-(1+ ie)^{-nm})/ie]$ $C=2,000[(1-(1 + .05)^{-6})/.05]$ $C=2,000[(1-0.74621539)/.05]$ $C=2,000[0.2537846/.05]$ $C=2,000[5.0756920]$ $C=10,151.38$

4. ¿Cuál es la *renta anual ordinaria* equivalente a una *renta trimestral anticipada* de $6,000 pesos si la tasa de interés es de 18% anual capitalizable trimestralmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 6,000 i= 18% anual m= 4 ie=18%/4 = 4.5% trim. n= 1 M= ¿? de ASA	$M=R[((1+ie)^{nm+1}-1)/ie-1]$ $M=6,000[((1+.045)^{(4)+1}-1)/.045-1]$ $M=6,000[((1.045)^{5}-1)/.045-1]$ $M=6,000[(1.2461819 - 1)/.045 -1]$ $M=6,000[0.2461819/.045 -1]$ $M=6,000[5.4707097-1]$ $M=6,000[4.4707097]$ $M= 26,824.25$

5. Una persona ahorra $400 pesos al inicio de cada mes durante cinco años en una cuenta que paga 25.4% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto habrá acumulado al término del plazo?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 400 i= 25.4% anual m= 12 ie= 2.1166667% mens. n= 5 M= ¿? de ASA	$M=R[((1+ ie)^{nm+1}-1)/ie-1]$ $M=400[((1+.021166667)^{(5)(12)+1}-1)/0.021166667-1]$ $M=400[((1+.021166667)^{60+1}- 1)/0.021166667-1]$ $M=400[((1+.021166667)^{61}-1)/0.021166667-1]$ $M=400[(3.5883469-1)/0.021166667-1]$

Identificar datos	Resolución del problema
	M=400[2.5883469/0.02116667-1] M=400[122.284105-1] M=400[121.284105] M=48,513.64

6. Para adquirir un departamento, debemos obtener un crédito por $750,000 pesos con intereses de 16.8% de interés anual capitalizable mensualmente. ¿De cuánto serán las mensualidades que tendremos que pagar al final de cada mes para liquidar el crédito en 15 años?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 750,000 i=16.8% anual m= 12 ie= 16.8%/12 = 1.4% mens. n= 15 años R= ¿? En función de un capital o valor actual de ASO	$R=(C(ie))/(1-(1+ie)^{-nm})$ $R=(750{,}000\ (.014))/(1-(1+.014)^{-(15x12)})$ $R=10{,}500/(1-(1.014)^{-180})$ R=10,500/(1-0.081878165) R= 10,500/0.918121835 R= 11,436.39

7. Para comprar un auto, Nissan está lanzando un plan de autofinanciamiento que incluye un enganche de $27,000 pesos y 36 mensualidades anticipadas de $2,400 pesos. Si la tasa vigente es de 18% anual capitalizable mensualmente, ¿cuál es el valor de contado del automóvil?

Identificar datos	Resolución del problema
Enganche=27,000 R= 2,400 i= 18% anual m= 12 ie=18%/12= 1.5% mensual n= 3 años C= ¿? de ASA	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie+1]$ $C=2{,}400[(1-(1+.015)^{-(3)(12)+1})/.015+1]$ $C=2{,}400[(1-(1.015)^{-36+1})/.015+1]$ $C=2{,}400[(1-(1.015)^{-35})/.015+1]$ C=2,400[(1- 0.59386608)/.015 +1] C=2,400[0.40613392/.015 +1] C=2,400[27.07559458+1] C=2,400[28.07559458] C=67,381.43 + Enganche= 67,381.43+27,000= Valor del auto= 94,381.43

8. Para adquirir un terreno con un valor de $300,000 pesos, obtenemos un crédito a pagar en cinco años con un interés de 24% anual capitalizable bimestralmente. ¿De cuánto será cada uno de los pagos si comenzamos a pagar al inicio de cada bimestre?

Identificar datos	Resolución del problema
C= 300,000 i= 24% anual m= 6 ie=24%/6=4% bimestral n=5 años R= ¿? En función de un Capital de ASA	$R=C/([(1-(1+ie)^{-nm+1})/ie + 1])$ $R=300,000/([(1-(1+.04)^{-(5)(6)+1})/.04 + 1])$ $R=300,000/([(1-(1.04)^{-29})/.04 + 1])$ R=300,000/([(1-0.320651415)/.04 + 1]) R=300,000/[0.679348585/.04 + 1] R=300,000/([16.98371463 + 1]) R=300,000/17.98371463 R=16,681.7593 R=$16,681.76

9. El día de hoy se desea comprar un edificio que hace tres años tenía un valor de $10,000,000 pesos. La plusvalía en bienes raíces ha sido de 18% anual capitalizable semestralmente. Se pretende adquirir el edificio mediante el pago un enganche de 25% y el resto en 60 mensualidades. ¿De cuánto será el importe que se deberá pagar al finalizar cada mes si la tasa acordada es de 12% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
M= ¿? C=10,000,000 i= 18% anual m= 2 ie= 9% semestral n= 3 años	$M = C(1+i\,e)^{nm}$ $M=10,000,000(1+.09)^{(3)(2)}$ M=10,000,000 (1.677100110841) M= 16,771,001.11 Se resta el 25% del enganche el cual es de $4,192,750.28, el cual nos deja un total de $12,578,250.83 dicha cantidad está en valor actual. $R=(C\,(ie))/(1-(1+ie)^{-nm})$

C=12,578,250.83 i=12% anual m= 12 ie= 1% mensual n=5 años R= ¿? En función de un capital de ASO	$R=(C\ (ie))/(1-(1+ie)^{-nm})$ $R=(12{,}578{,}250.83(.01))/(1-(1+.01)^{-(5)(12)})$ $R=(125{,}782.5083\ )/(1-(1.01)^{-60})$ $R=(125{,}782.5083\ )/(1-(0.550449616))$ $R=(125{,}782.5083\ )/0.449550384$ R= 279,796.24

10. ¿Cuál es la renta anual anticipada equivalente a una renta trimestral ordinaria de $5,000 pesos si la tasa de interés vigente es de 12% anual capitalizable trimestralmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 5,000 i= 12% anual m= 4 ie=12%/4 = 3% trim. n= 1 C= ¿? de ASO	$C=R[(1-(1+ie)^{-nm})/ie]$ $C=5{,}000[(1-(1+.03)^{-4})/.03]$ $C=5{,}000[(1-0.888487048)/.03]$ $C=5{,}000[0.111512952/.03]$ $C=5{,}000[3.717098403]$ C=18,585.49

11. ¿Cuál es la renta anual ordinaria equivalente a una renta mensual anticipada de $1,500 pesos si la tasa de interés es del12% anual capitalizable mensualmente?

Identificar datos	Resolución del problema
R= 1,500 i= 12% anual m= 12 ie=12%/12= 1% mens. n= 1 M= ¿? de ASA	$M=R[((1+ie)^{nm+1}-1)/ie-1]$ $M=1{,}500[((1+.01)^{(12)+1}-1)/.01-1]$ $M=1{,}500[((1.01)^{13}-1)/.01-1]$ $M=1{,}500[(1.13809328-1)/.01-1]$ $M=1{,}500[0.13809328/.01-1]$ $M=1{,}500[13.80932804-1]$ $M=1{,}500[12.80932804]$ M= 19,213.99

Solución a la Actividad de Aprendizaje 4.1 Tablas de amortización

Se adquiere un equipo de cómputo con un valor de contado de \$14,600 pesos que será pagado con cuatro mensualidades vencidas a una tasa de 12% anual capitalizable mensualmente.

a) Determina el valor de cada pago.

Identificar datos	Resolución del problema
C=14,600 i= 12% anual m= 12 ie= 12%/12= 1% mensual n=4meses = 4/12 años R= ¿? **R ---> C de ASO**	$R=(C\ (ie))/(1-(1+ie)^{-nm})$ $R=(14{,}600\ (.01))/(1-(1+.01)^{-(4/12)(12)})$ $R=(14{,}600\ (.01))/(1-(1.01)^{-4})$ $R=146/(1-0.960980344)$ $R=146/0.039019656$ $R=3{,}741.70$

Por lo tanto, una deuda cuyo valor actual es de \$14,600 pesos se amortizará con 4 pagos mensuales vencidos de \$3,741.70 pesos a 1% mensual. Lo anterior lo podemos comprobar al construir la tabla de amortización.

b) Construye la tabla de amortización correspondiente e indica el Saldo Insoluto al término del tercer pago.

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie=0.01)	Amortización	Saldo Insoluto
0	--	--	--	14,600.00
1	3,741.70	146	3,595.70	11,004.30
2	3,741.70	110.04	3,631.66	7,372.64
3	3,741.70	73.73	3,667.97	**3,704.67**
4	3,741.70	37.03	3,704.67	0

Se obtiene un crédito por $12,000 pesos que deberá pagarse con cuatro pagos bimestrales, el primero de ello dentro de dos meses, a una tasa de 4% bimestral.

a) Determina el valor de cada pago.

Identificar datos	Resolución del problema
C=12,000 ie= 4% bimestral m= 6 n=4 bimestres = 4/6 años R= ¿? **R ---> C de ASO**	$R=(C\ (ie))/(1-(1+ie)^{-nm})$ $R=(12{,}000\ (.04))/(1-(1+.04)^{-(4/6)(6)})$ $R=(12{,}000\ (.04))/(1-(1.04)^{-4})$ R=480/(1-0.854804191) R=480/0.145195809 R=3,305.88

Por lo tanto, una deuda cuyo valor actual es de $12,000 pesos se amortizará con cuatro pagos bimestrales vencidos de $3,305.88 pesos a 4% bimestral. Lo anterior lo podemos comprobar al construir la tabla de amortización.

b) Construye la tabla de amortización correspondiente e indica el Saldo Insoluto al término del tercer pago.

Núm. Pago	Renta	Intereses (ie=0.04)	Amortización	Saldo Insoluto
0	--	--	--	12,000.00
1	3,305.88	480.00	2,825.88	9,174.12
2	3,305.88	366.96	2,938.92	6,235.20
3	3,305.88	249.41	3,056.47	**3,178.73**
4	3,305.88	127.15	3,178.73	0

Solución a la Actividad de Aprendizaje 4.2 Fondos de Amortización

Una persona desea adquirir una maquinaria dentro de cuatro años, y su valor actual es de $222,431.33 pesos, se estima que la inflación para este tipo de maquinaría será de 12% anual:

a) ¿Qué precio tendrá la maquinaría dentro de cuatro años?

La inflación tiene comportamiento de interés compuesto, por lo que la maquinaria tendrá un precio de $350,000 pesos.

Identificar datos	Resolución del problema
C= 222,431.33 i= 12% anual m= 1 ie= 12% anual n= 4 años M= ¿?	$M= C(1+ie)^{nm}$ $M=222,431.33(1+0.12)^{4x1}$ $M=222,431.33(1.12)^{4}$ $M=222,431.33(1.57351936)$ $M=350,000.00$

b) Si se crea un fondo de amortización, con pagos anuales anticipados, para adquirir la maquinaria dentro de 4 años, ¿de qué importe serán los depósitos si el fondo paga 18% anual?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 350,000 i= 18% anual m= 1 ie= 18% anual n= 4 años R= ¿? **R ---> M de ASA**	$R=M/([((1+ie)^{nm+1}-1)/ie-1])$ $R=350,000/((((1+.18)^{4+1}-1)/.18-1))=$ $R=350,000/((((1.18)^{5}-1)/.18-1))=$ $R=350,000/((((2.287757757-1)/.18-1))=$ $R=350,000/((((1.287757757)/.18-1))=$ $R=350,000/((7.15420976-1))=$ $R=350,000/((6.15420976))=$ $R=56,871.64$

c) Construye el fondo de amortización correspondiente e indica el Saldo Insoluto después del tercer pago.

Núm. Depósito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.18)	Saldo Final
1	$56,871.64	$56,871.64	$10,236.90	$67,108.54
2	$56,871.64	$123,980.18	$22,316.43	$146,296.61
3	$56,871.64	$203,168.25	$36,570.28	**$239,738.53**
4	$56,871.64	$296,610.17	$53,389.83	$350,000.00

Se desea reunir $50,000 pesos al término de un año al realizar depósitos al inicio de cada trimestre en una cuenta que paga 12% anual capitalizable trimestralmente:

a) ¿De qué importe serán los depósitos?

Identificar datos	Resolución del problema
M= 50,000 i= 12% anual m= 4 ie= 12%/4 = 3% trim. n= 1año R= ¿? **R ---> M de ASA**	$R=M/([((1+ie)^{nm+1}-1)/ie-1])$ $R=50,000/((((1+.03)^{4+1}-1)/.03-1))=$ $R=50,000/((((1.03)^{5}-1)/.03-1))=$ R=50,000/((((1.159274074-1)/.03-1))= R=50,000/((((0.159274074)/.03-1))= R=50,000/((5.30913581-1))= R=50,000/((4.30913581))= R=11,603.25

b) Construye el fondo de amortización correspondiente e indica el Saldo Insoluto después del tercer pago.

Núm. Depósito	Renta	Saldo Inicial	Intereses (ie=0.03)	Saldo Final
1	$11,603.25	$11,603.25	$348.10	$11,951.35
2	$11,603.25	$23,554.60	$706.64	$24,261.24
3	$11,603.25	$35,864.49	$1,075.93	**$36,940.42**
4	$11,603.25	$48,543.67	$1,456.31	$49,999.98

Por efectos del redondeo, en este ejercicio tuvimos una diferencia de -2 centavos. Mientras la diferencia en el saldo final sea por centavos, el ejercicio se considera resuelto correctamente.

Solución a la Actividad de Aprendizaje 5.1

Ejercicio 1

Un mueble tiene un valor inicial de $40,000 pesos; una vida útil de 10 años, y un valor residual de $5,000 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual del mueble?

Identificar datos	Resolución del problema
Vi = $40,000 Vr = $5,000 Vu = 10 años	DA=(Vi - Vr)/Vu DA=(40,000 - 5,000)/10 DA=35,000/10 DA=3,500 DA = $3,500

Ejercicio 2

Una computadora tiene un valor inicial de $28,000 pesos; una vida útil de 4 años, y un valor residual de $6,000 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual de la computadora?

Identificar datos	Resolución del problema
Vi = $28,000 Vr = $6,000 Vu = 4 años	DA=(Vi - Vr)/Vu DA=(28,000 - 6,000)/4 DA=22,000/4 DA=5,500 DA = $5,500

Ejercicio 3

Una impresora tiene un valor inicial de $6,000 pesos; una vida útil de 3 años, y un valor residual de 500 pesos. ¿Cuál es la cuota de depreciación anual de la impresora?

Identificar datos	Resolución del problema
Vi = $6,000 Vr = $500 Vu = 3 años	DA=(Vi - Vr)/Vu DA=(6,000 - 500)/3 DA=5,500/3 DA=1,833.33 DA = $1,833.33

Solución a la Actividad de Aprendizaje 5.2

Ejercicio 1

Un mueble tiene un valor inicial de $40,000 pesos y una vida útil de 10 años. Calcula la depreciación anual por el método de suma de dígitos.

FD = 10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 55

Vida útil (años)	Valor inicial	(Vi x años restantes) / FD	Depreciación Anual	Valor final
1	**$40,000**	(40,000 x 10) / 55 =	7,272.73	32,727.27
2		(40,000 x 9) / 55 =	6,545.45	26,181.82
3		(40,000 x 8) / 55 =	5,818.18	20,363.64
4		(40,000 x 7) / 55 =	5,090.91	15,272.73
5		(40,000 x 6) / 55 =	4,363.64	10,909.09
6		(40,000 x 5) / 55 =	3,636.36	7,272.73
7		(40,000 x 4) / 55 =	2,909.09	4,363.64
8		(40,000 x 3) / 55 =	2,181.82	2,181.82
9		(40,000 x 2) / 55 =	1,454.55	727.27
10		(40,000 x 1) / 55 =	727.27	**$0.00**

Ejercicio 2

Una computadora tiene un valor inicial de $28,000 pesos y una vida útil de 4 años. Calcula la depreciación anual por el método de suma de dígitos.

FD = 4+3+2+1 = 10

Vida útil (años)	Valor inicial	(Vi x años restantes) / FD	Depreciación Anual	Valor final
1	**$28,000**	(28,000 x 4) / 10 =	11,200.00	16,800.00
2		(28,000 x 3) / 10 =	8,400.00	8,400.00
3		(28,000 x 2) / 10 =	5,600.00	2,800.00
4		(28,000 x 1) / 10 =	2,800.00	**$0.00**

Ejercicio 3

Una impresora tiene un valor inicial de $6,000 pesos y una vida útil de 3 años. Calcula la depreciación anual por el método de suma de dígitos.

FD = 3+2+1 = 6

Vida útil (años)	Valor inicial	(Vi x años restantes) / FD	Depreciación Anual	Valor final
1	**$6,000**	(6,000 x 3) / 6 =	3,000.00	3,000.00
2		(6,000 x 2) / 6 =	2,000.00	1,000.00
3		(6,000 x 1) / 6 =	1,000.00	**$0.00**

Solución a la Actividad de Aprendizaje 5.3

Ejercicio 1

Un mueble tiene un valor inicial de $40,000 pesos; una vida útil de 10 años, y un valor residual de $5,000 pesos. ¿Cuál es la depreciación por año del mueble?

Si se sustituye en la fórmula:

Du = (40,000 - 5,000)/10

Du = 35,000/10

Du = $3,500

Es decir, que el mueble se deprecia $3,500 pesos por cada año de uso, por lo que despues de los 10 años (10 x $3,500) habrá perdido un valor de $35,000 pesos y su valor residual será de sólo $5,000 pesos.

Ejercicio 2

Una computadora tiene un valor inicial de $28,000 pesos; una vida útil estimada de 10,000 horas, y un valor residual de $6,000 pesos. ¿Cuál es la depreciación por hora de la computadora?

Si se sustituye en la fórmula:

Du = (28,000 - 6,000)/10,000

Du = 22,000/10,000
Du = $2.20

Es decir, que la computadora se deprecia $2.20 por cada hora de uso, por lo que despues de las 10,000 horas (10,000 x $2.20) habrá perdido un valor de $22,000 y su valor residual será de sólo $6,000 pesos.

Ejercicio 3
Una impresora tiene un valor inicial de $6,000 pesos; una vida útil estimada de 30,555 páginas impresas, y un valor residual de 500 pesos. ¿Cuál es la depreciación por página impresa de la impresora?
Si se sustituye en la fórmula:

Du = (6,000 - 500)/30,555

Du = 5,500/30,555
Du = $0.18

Es decir, que la impresora se deprecia 18 centavos por cada hora de uso, por lo que despues de las 30,555 impresiones (30,555 x $0.18) habrá perdido un valor de $5,500 y su valor residual será de sólo $500 pesos.

ANEXO 1

Regla de 3 directa simple

Para la resolución de algunos ejercicios vamos a tener que convertir algunas unidades en otras mediante la regla de 3 directa simple.

Ejemplo:

Convertir dos años a bimestres.

La regla de 3 simple directa opera de la forma siguiente:

1.Primero en dos columnas escribimos las unidades que queremos convertir, en este caso:

Años	Bimestres

2. Ahora escribimos las equivalencias que conocemos, en nuestro ejemplo nosotros sabemos que 1 año tiene 6 bimestres:

Años	Bimestres
1	6

3.En la fila de abajo escribimos la unidad que conocemos (2 años) y la que queremos conocer la identificamos con "x", (en este caso; x bimestres):

Años	Bimestres
1	6
2	x

4.Ahora multiplicamos de forma cruzada y dividimos entre el elemento que queda para obtener el valor de x:

Años	Bimestres
1	6
2	x

$(2)(6) = 12$

$12 \div 1 = 12$

$12 = X$

5.De esta forma obtenemos que 2 años equivalen a 12 bimestres.

Criterios de redondeo

Para el caso de los resultados, y repito, **sólo de los resultados**. Vamos a tener que redondear a dos decimales, debido a que la unidad más pequeña del peso son los centavos; por lo tanto, los resultados tendremos que redondearlos a esta unidad (dos decimales).

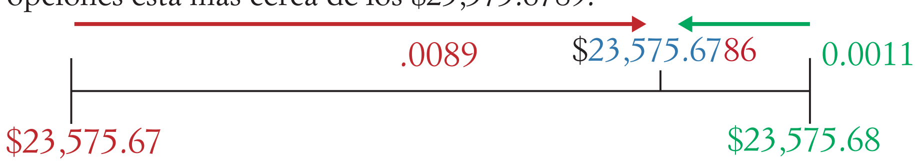
El criterio que se utiliza para realizar el redondeo se denomina Criterio de proximidad o cercanía, es decir, que se redondea a la unidad que esté más cercana.

Ejemplo:

Si quisiéramos redondear el resultado $23,575.6789 pesos a centavos, en primera instancia tendríamos dos opciones:

1. $23,575.67
2. $23,575.68

Para realizar el redondeo, tenemos que analizar cuál de las dos opciones está más cerca de los $23,575.6789:



1. $23,575.67 tiene una diferencia de 0.0089
2. $23,575.68 tiene una diferencia de 0.0011

Por lo tanto, con el criterio de proximidad o cercanía, debemos redondear al resultado más cercano, en este caso: $23,575.68

Nota: Si el resultado que quisiéramos redondear fuera **$23,575.675**, ambas opciones estarían equidistantes (misma distancia) a 0.005:

1. $23,575.67 tendría una diferencia de 0.005
2. $23,575.68 tendría una diferencia de 0.005

Por lo tanto, ambas opciones serían correctas.

Para efectos de este curso, si nos encontramos en esta situación (equidistancia) redondearemos hacia el número superior, en este caso $23,575.68

ANEXO 2

Operaciones con calculadora científica

A partir de la Unidad 2 (Interés Compuesto), requeriremos el uso de una calculadora científica para realizar las siguientes operaciones:
Elevar a potencias, Logaritmos y Raíces enésimas

Elevar a potencias

Ejemplo: Si queremos elevar $(1.05)^6$ debemos introducir:

1.05 $\boxed{x^{\blacksquare}}$ 6=1.340095641 1.05 $\boxed{\wedge}$ 6=1.340095641 1.05 $\boxed{x^y}$ 6=1.340095641



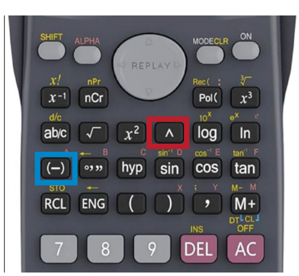
Elevar a potencias negativas

Ejemplo: Si queremos elevar $(1.05)^{-6}$ debemos introducir:

1.05 $\boxed{x^{\blacksquare}}\boxed{(-)}$6=1.340095641 1.05$\boxed{\wedge}\boxed{(-)}$6=1.340095641 1.05 $\boxed{x^y}\boxed{(-)}$6=1.340095641

O bien, según el modelo

1.05 $\boxed{x^{\blacksquare}}$6$\boxed{(-)}$=1.340095641 1.05$\boxed{\wedge}$6$\boxed{(-)}$=1.340095641 1.05 $\boxed{x^y}$6$\boxed{(-)}$=1.340095641


Raíces enésimas

Ejemplo: Si queremos sacar la raíz $\sqrt[6]{1.34009564}$ debemos introducir:

1.340095641 shift $x^{\blacksquare}$ 6=1.05

1.340095641 shift $\wedge$ 6=1.05

1.340095641 shift x^y 6=1.05

O bien, según el modelo

6 shift $x^{\blacksquare}$ 1.340095641=1.05

6 shift $\wedge$ 1.340095641=1.05

6 shift x^y 1.340095641=1.05

Nota: En algunos modelos la tecla shift aparece como 2^{nd}

Logaritmos

Ejemplo: Si queremos obtener el logaritmo de 1.34009564 debemos introducir:

1.34009564 log = 0.127135794

o bien, según el modelo

log 1.34009564 = 0.127135794

ANEXO 3

Formulario Interés Simple y Compuesto

Fórmula General del Monto	
M = Monto C = Capital I = Interés	$$M = C+I$$

Interés Simple	
t = Tiempo* *i* = Tasa de interés* * Expresados en los mismos términos (Años, meses, días, etc.)	$$I = C(ti)$$ $$M = C(1+ti)$$

Interés Compuesto	
i= Tasa de interés anual *n*= Tiempo expresado en años *ie*= Tasa equivalente al periodo de capitalización *m*= Periodos de capitalización al año donde: *ie=i/m*	$$M = C(1+ie)^{nm}$$ $$C = M(1+ie)^{-nm}$$ $$nm = \frac{\log M - \log C}{\log(1+ie)}$$ $$ie = \sqrt[nm]{\frac{M}{C}} - 1$$

Tasa Efectiva	
M = Monto C = Capital I = Interés	$e = (1+ie)^{nm}-1$

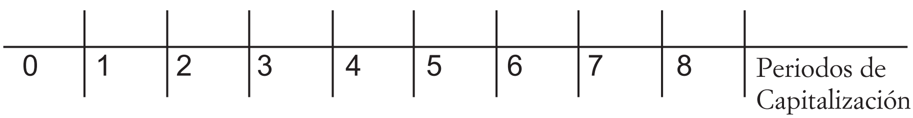
Ecuaciones de Valores Equivalentes

FE1 = FE2

Flujo de Efectivo 1 = Flujo de Efectivo 2

Donde:

FE1=Deuda Original



FE2= Reestructuración

ANEXO 4

Formulario Anualidades

ANUALIDADES SIMPLES ORDINARIAS (vencidas)	
• *Valor Futuro de una anualidad*	$M = R\,\dfrac{(1+ie)^{nm}-1}{ie}$
• *Valor Presente (Actual) de una anualidad*	$C = R\,\dfrac{1-(1+ie)^{-nm}}{ie}$
• *Renta en función de un valor futuro (monto)*	$R = \dfrac{M(ie)}{(1+ie)^{nm}-1}$
• *Renta en función de un valor actual (capital)*	$R = \dfrac{C(ie)}{1-(1+ie)^{-nm}}$

ANUALIDADES SIMPLES ANTICIPADAS	
• *Valor Futuro de una anualidad*	$M=\left[R\frac{(1+ie)^{nm}-1}{ie}\right](1+ie)$ $M=R\left[\frac{(1+ie)^{nm+1}-1}{ie}-1\right]$
• *Valor Presente (Actual) de una anualidad*	$C=\left[R\frac{1-(1+ie)^{-nm+1}}{ie}\right]+R$ $C=R\left[\frac{1-(1+ie)^{-nm+1}}{ie}+1\right]$
• *Renta en función de un valor futuro (monto)*	$R=\frac{M}{\left[\frac{(1+ie)^{nm+1}-1}{ie}-1\right]}$
• *Renta en función de un valor actual (capital)*	$R=\frac{C}{\left[\frac{1-(1+ie)^{-nm+1}}{ie}+1\right]}$

Referencias Bibliográficas
Aguilera Gómez, V.M. y Díaz Mata, A. (2020). *Matemáticas financieras* (6a ed.) México: McGraw Hill.
Gutiérrez, M. A. (2019). *Matemáticas financieras.* México: IMCP (Instituto Mexicano de Contadores Públicos).
Rodríguez, F. J. (2020). *Matemáticas financieras con aplicaciones en Excel* (3a ed.) México: Grupo Editorial Patria.
Mora, A. (2020). *Matemáticas financieras* (5ª ed.) México: Alfaomega.
Vidaurri, A. H. (2020). *Matemáticas financieras* (7a ed.) México: Cengage Learning.
Villalobos, J. (2017). *Matemáticas financieras* (5a ed.) México: Pearson.

Aprende Matemáticas Financieras.
Introducción a los conceptos básicos.

Editado por la Universidad Nacional Autónoma de México, Publicaciones Empresariales UNAM. FCA Publishing de la Facultad de Contaduría y Administración.
Se terminó de editar el 12 de noviembre de 2024,
Para su consulta y descarga online.

Tipo de edición: digital
Se utilizó en la composición tipo Simoncini Garamond Std.
Idioma original: español

Producción editorial

Mtro. Gustavo Almaguer Pérez
Secretaría de Divulgación y Fomento Editorial

Mtro. Víctor A. Hernández Arteaga
Coordinación editorial, portada y formación

Marina Cerqueda Linares
Formación

Mtro. Iván Ventura González López
Edición y corrección

Publicaciones Empresariales UNAM • FCA Publishing

https://publishing.fca.unam.mx